第 19 卷 第 2 期 四川理工学院学报（自然科学版） Vol. 19 No. 2
JOURNAL OF SICHUAN UNIVERSITY OF SCIENCE & ENGINEERING (NATURAL SCIENCE EDITION)
2006 年 4 月 Apr. 2006

文章编号：1673-1549（2006）02-0075-04

关于金属介电常数的讨论

邝向军

（西南科技大学理学院，四川 绵阳 621002）

摘 要：考虑金属中的电子位移极化，利用谐振束缚电子模型，导出了金属中相对介电常数的表达式，并讨论低频极限和高频极限两种重要的特殊情况，对关于金属介电常数的一些说法作出了解释，从而对金属介电常数有了更为全面的理解。

关键词：电子位移极化；谐振束缚电子模型；金属介电常数

中图分类号：O484 文献标识码：A

引 言

在常见的电磁学和电动力学教材中对属于绝缘体的电介质的介电常数介绍比较多,而对属于导体的金属介电常数则很少涉及。尽管如此，从很少的介绍中还是可以总结出有这样一些观点：金属的相对介电常数ε_r不大于 10[1]；当介质的相对介电常数ε_r趋于无穷大时，其效果相当于导体[2]；在高频极限下，金属的相对介电常数ε_r可以为负，并且随频率的增加而变为正[3]，这些说法是否正确？究竟如何理解？本文从经典电子论出发，对金属的介电常数进行了分析和讨论，力求对金属的介电常数有一个比较完整的理解。

1 电子极化与金属的介电常数

物质的介电常数取决于物质在外场作用下的极化，极化一般可分为电子位移极化、离子位移极化和固有偶极矩的取向极化[4]。由于金属大都属于原子晶体，且内部存在大量的自由电子，因而可将金属晶体想像为淹没在电子海洋中的正离子实列阵，通常不存在固有偶极矩，即使有的金属原子存在固有的偶极矩，但由于晶体结构比较紧密，固有偶极矩也不容易取向[5]。同时考虑到原子核（离子实）的质量比电子大得多，离子运动速度甚微，故离子位移极化的贡献很小，亦可忽略不计，因此，金属的极化主要来自于电子的位移极化。

按照经典电子论，在无外电场作用时，电子绕核运动，正负电荷的中心重合，固有偶极矩为零；加外电场后，电子轨道发生位移，从而造成正负电荷的中心分离，产生一定的偶极矩，称为感生电偶极矩。为了估计感生电偶极矩大小，将绕核运动的电子视为一个简单的谐振束缚电子模型[6]，每个电子被恢复力所束缚着，且受到唯象阻尼力，这样就可得介质中电子在外场作用下的运动方程为：

$$m\ddot{\boldsymbol{r}} + m\gamma\dot{\boldsymbol{r}} + m\omega_0^2\boldsymbol{r} = e\boldsymbol{E}_0 e^{-i\omega t} \tag{1}$$

其中ω_0为电子的固有束缚频率，ω为外场的频率，γ为阻尼系数。不难得到上式的解为：

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 e^{-i\omega t} \tag{2}$$

依据(2)式可得：$\dot{\boldsymbol{r}} = -i\omega\boldsymbol{r}_0 e^{-i\omega t} = -i\omega\boldsymbol{r}$，$\ddot{\boldsymbol{r}} = (-i\omega)^2\boldsymbol{r}_0 e^{-i\omega t} = -\omega^2\boldsymbol{r}$，将$\boldsymbol{r},\dot{\boldsymbol{r}},\ddot{\boldsymbol{r}}$的表达式带到(1)式后有：

$$\boldsymbol{r}_0 = \frac{e\boldsymbol{E}_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)} \tag{3}$$

收稿日期：2005-9-29
基金项目：四川省优秀教学成果孵化项目（编号：210－039910）
作者简介：邝向军（1967-），男，湖南人，副教授，博士，主要从事大学物理教学研究和凝聚态理论研究。

带回(2)式后可得：$\boldsymbol{r} = \dfrac{e\boldsymbol{E}_0}{m(\omega_0^2-\omega^2-i\gamma\omega)}e^{-i\omega t}$ （4）

这样，一个电子贡献的偶极矩就可表示为：

$$\boldsymbol{p}_e = e\boldsymbol{r} = \frac{e^2\boldsymbol{E}_0 e^{-i\omega t}}{m(\omega_0^2-\omega^2-i\gamma\omega)} = \frac{e^2}{m(\omega_0^2-\omega^2-i\gamma\omega)}\boldsymbol{E} \quad (5)$$

设金属中单位体积中有N个原子，每个原子有Z个电子，每个电子的固有频率均为ω_0，则金属的极化强度为：$\boldsymbol{P} = NZ\boldsymbol{p}_e = \dfrac{NZe^2}{m(\omega_0^2-\omega^2-i\gamma\omega)}\boldsymbol{E}$ （6）

由于$\boldsymbol{P}=\varepsilon_0\chi_e\boldsymbol{E}$，$\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0=(1+\chi_e)\varepsilon_0$，所以有：$\boldsymbol{P}=(\varepsilon-\varepsilon_0)\boldsymbol{E}$ （7）

比较(6)、(7)两式，可得：$\varepsilon = \varepsilon_0 + \dfrac{NZe^2}{m(\omega_0^2-\omega^2-i\gamma\omega)}$ （8）

即：$\varepsilon_r = 1 + \dfrac{NZe^2}{m\varepsilon_0(\omega_0^2-\omega^2-i\gamma\omega)}$ （9）

在以上的讨论中，假定了金属原子中电子的固有束缚频率均为ω_0、阻尼系数均为γ，但实际上在原子中的电子可能存在多个束缚频率和阻尼系数。设每个原子中的电子有K种束缚频率和阻尼系数，具有束缚频率ω_j、阻尼系数γ_j的电子有f_j（j=1,2,3,….K）个，则可将（9）式改写为：

$$\varepsilon_r = 1 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}\sum_{j=1}^{K}\left[\frac{f_j}{(\omega_j^2-\omega^2-i\gamma_j\omega)}\right] \quad (10)$$

其中$\sum_{j=1}^{K} f_j = Z$。另外，在金属中有相当一部分电子是“自由”的，对这部分电子而言，$\omega_j=0$。设每个原子中有f_0个电子是“自由”的，将这部分自由电子对介电常数的贡献单独分出来，从而将式（10）表示为：$\varepsilon_r = 1 + \dfrac{Ne^2}{m\varepsilon_0}\sum_{j=1}^{K}\left[\dfrac{f_j}{(\omega_j^2-\omega^2-i\gamma_j\omega)}\right] + i\dfrac{Nf_0e^2}{m\varepsilon_0\omega(\gamma_0-i\omega)}$ （11）

其中$\sum_{j=1}^{K} f_j = Z - f_0$，$\gamma_0$是自由电子在外场作用下的阻尼系数，（11）式就是所得到的金属的相对介电常数，可以看出ε_r是外场频率ω的函数，且是一个复数。为了进一步弄清其物理意义，下面讨论两种重要的特殊情况。

2 金属介电常数的低频近似

当$\omega\to0$时，依据（11）式可将金属的相对介电常数ε_r近似表示为：

$$\varepsilon_r = 1 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}\sum_{j=1}^{K}\frac{f_j}{\omega_j^2} + i\frac{Nf_0e^2}{m\varepsilon_0\omega\gamma_0} \quad (12)$$

令$\varepsilon_r' = 1 + \dfrac{Ne^2}{m\varepsilon_0}\sum_{j=1}^{K}\dfrac{f_j}{\omega_j^2}$，$\varepsilon_r'' = \dfrac{Nf_0e^2}{m\varepsilon_0\omega\gamma_0}$，则将(12)式改写为：$\varepsilon_r = \varepsilon_r' + i\varepsilon_r''$ （13）

显然其中的ε_r'表示束缚电子对ε_r的贡献，ε_r''则表示自由电子对ε_r的贡献。当$\omega\to0$时，

$\varepsilon_r' \to \infty$，即自由电子在低频电场作用下，对$\varepsilon_r$的贡献为$\infty$，即$\varepsilon_r$是奇异的，在静电场中常将$\varepsilon_r \to \infty$的介质视为导体。

根据$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$，并假定物质遵守欧姆定律$\boldsymbol{j} = \sigma \boldsymbol{E}$，且具有一个“正常”的相对介电常数$\varepsilon_r$，可得：

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = -i\omega\varepsilon_0(\varepsilon_r' + i\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega})\boldsymbol{E} = -i\omega\varepsilon_0\varepsilon_r \boldsymbol{E} \tag{14}$$

其中$\varepsilon_r = \varepsilon_r' + i\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}$，与(13)式子比较后有：$\sigma = \frac{Nf_0 e^2}{m\gamma_0}$ （15）

从(15)式可看出：在低频场作用下，金属的电导率σ是一个与频率无关的实数，故$\boldsymbol{j}$与$\boldsymbol{E}$同位相，在金属中不断产生焦耳热，因此，$\omega\to 0$时，$\varepsilon_r\to\infty$意味着金属对电磁波的吸收，这恰好就是文献[2]所表达的含义。

值得注意的是$\omega\to 0$时，ε_r的实部ε_r'仍然是一个有限的、与频率ω无关的常数，为了估算ε_r'的大小，设ω_j均为ω_0，且原子中电子的束缚频率ω_0与光频同数量级，选取光波波长λ=3000 埃，$\omega_0 \approx 6\times 10^{15}Hz$，在金属中$N\sum_{j=1}^{K} f_j \approx 10^{29}/m^3$，则由（12）式可得：

$$\varepsilon_r' = 1 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}\sum_{j=1}^{K}\frac{f_j}{\omega_j^2} = 1 + \frac{10^{29}\times(1.6\times 10^{-19})^2}{9.1\times 10^{-31}\times 8.85\times 10^{-12}\times(6\times 10^{15})^2} \approx 10 \tag{16}$$

可见金属的相对介电常数ε_r的实部在低频场作用下不大于10，这就是通常所测量到的金属的介电常数，文献[1]中所说的金属的介电常数“不大于10”，指的就是这个ε_r'。

3 金属介电常数的高频近似

当外场的频率远远大于原子中电子的束缚频率时，即$\omega >> \omega_j$，金属中的电子可视为是自由的，且阻尼可忽略不计，此时金属对电磁波的作用类似于由离子和自由电子组成的电离气体（等离子体）对电磁波的作用，此时金属的相对介电常数可由（11）式作高频近似$\omega >> \omega_j$后得到：

$$\varepsilon_r = 1 - \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}\sum_{j=1}^{K}\frac{f_j}{\omega^2} - \frac{Nf_0e^2}{m\varepsilon_0\omega^2} \tag{17}$$

由于$\sum_{j=1}^{K} f_j = Z - f_0$，所以，上式可改写为：$\varepsilon_r = 1 - \frac{NZe^2}{m\varepsilon_0\omega^2}$ （18）

令$\omega_P^2 = \frac{NZe^2}{m\varepsilon_0}$，则有：$\varepsilon_r = 1 - \frac{\omega_P^2}{\omega^2}$ （19）

其中的$\omega_P = \sqrt{\frac{NZe^2}{m\varepsilon_0}}$称为传导电子的等离子体频率，它是一种临界频率。

若$\omega<\omega_P$，则$\varepsilon_r<0$，即金属的相对介电常数为负，则折射率$n=\sqrt{\varepsilon_r}$为纯虚数，电磁波进入金属极浅，几乎完全被反射回去。

若$\omega>\omega_P$，则$\varepsilon_r>0$，折射率$n=\sqrt{\varepsilon_r}$为纯实数，电磁波能自由穿过金属。对于铜而言，单位体积的电

子数约为 $NZ = 8.5\times10^{28}/m^3$，则有：$\omega_P = \sqrt{\dfrac{8.5\times10^{28}\times(1.6\times10^{-19})^2}{9.1\times10^{-31}\times8.85\times10^{-12}}} \approx 10^{16}\,Hz$，因此，若作用于铜的电磁波频率大于 10^{16}Hz，电磁波就可以通过铜，这就是常说的金属具有“紫外透明性”。

在高频极限下，由（4）式可得：$\boldsymbol{r} = -\dfrac{e\boldsymbol{E}_0}{m\omega^2}e^{-i\omega t}$，$\dot{\boldsymbol{r}} = i\dfrac{e\boldsymbol{E}}{m\omega}$，因此，有：

$$\boldsymbol{j} = NZe\,\dot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{i}\frac{NZe^2}{m\omega}\boldsymbol{E} \tag{20}$$

可见 $\boldsymbol{j}$ 与 $\boldsymbol{E}$ 有π/2 的位相差，故 $\mathbf{j}\cdot\mathbf{E}=0$，不产生焦耳热。由此可见，在高频极限下，金属不再是导体而是电介质了，金属可以象绝缘体一样反射和透射电磁波，这与文献[3]所表达的意思一致。

4 总 结

通过对金属介电常数的计算和讨论，可得到以下的结果：金属的相对介电常数是外场频率ω的函数，且是一个复数，在低频极限下，金属的相对介电常数将趋于无穷大，表明金属对电磁波的吸收，在金属中不断产生焦耳热，同时，在低频场作用下，金属相对介电常数的实部通常不大于 10；在高频极限下，金属不再是导体而是电介质了，可以象绝缘体一样反射和透射电磁波，不产生焦耳热。

参 考 文 献 ：

[1] 梁百先. 普通物理学（电磁学部分）[M]. 北京：科学出版社，1983.
[2] 阙仲元. 电动力学教程[M]. 北京：人民教育出版社，1979.
[3] J . D 杰克逊. 经典电动力学[M]. 北京：人民教育出版社，1980.
[4] 孙目珍. 电介质物理基础[M]. 广州：华南理工大学出版社，2002.
[5] 黄 昆. 固体物理学[M]. 北京：高等教育出版社，1988.
[6] 方俊鑫，殷之文. 电介质物理学[M]. 北京：科学出版社，2000.

Discussion on Dielectric Constant of Metal

KUANG Xiang-jun

(School of Science, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621002 , China)

Abstract: Taking into account of electron displacement polarization and using the resonant binding electron model , the expression of relatively dielectric constant of metal is derived, then two important case of low frequency and high frequency are discussed ,at last a expalanation on dielectric constant of metal is given. Our work can help understanding dielectric constant of metal more deeply.

Key words: electron displacement polarization;resonant binding electron model;dielectric constant of metal