等离激元光子学

（基本原理）

李 涛

2012.5.22

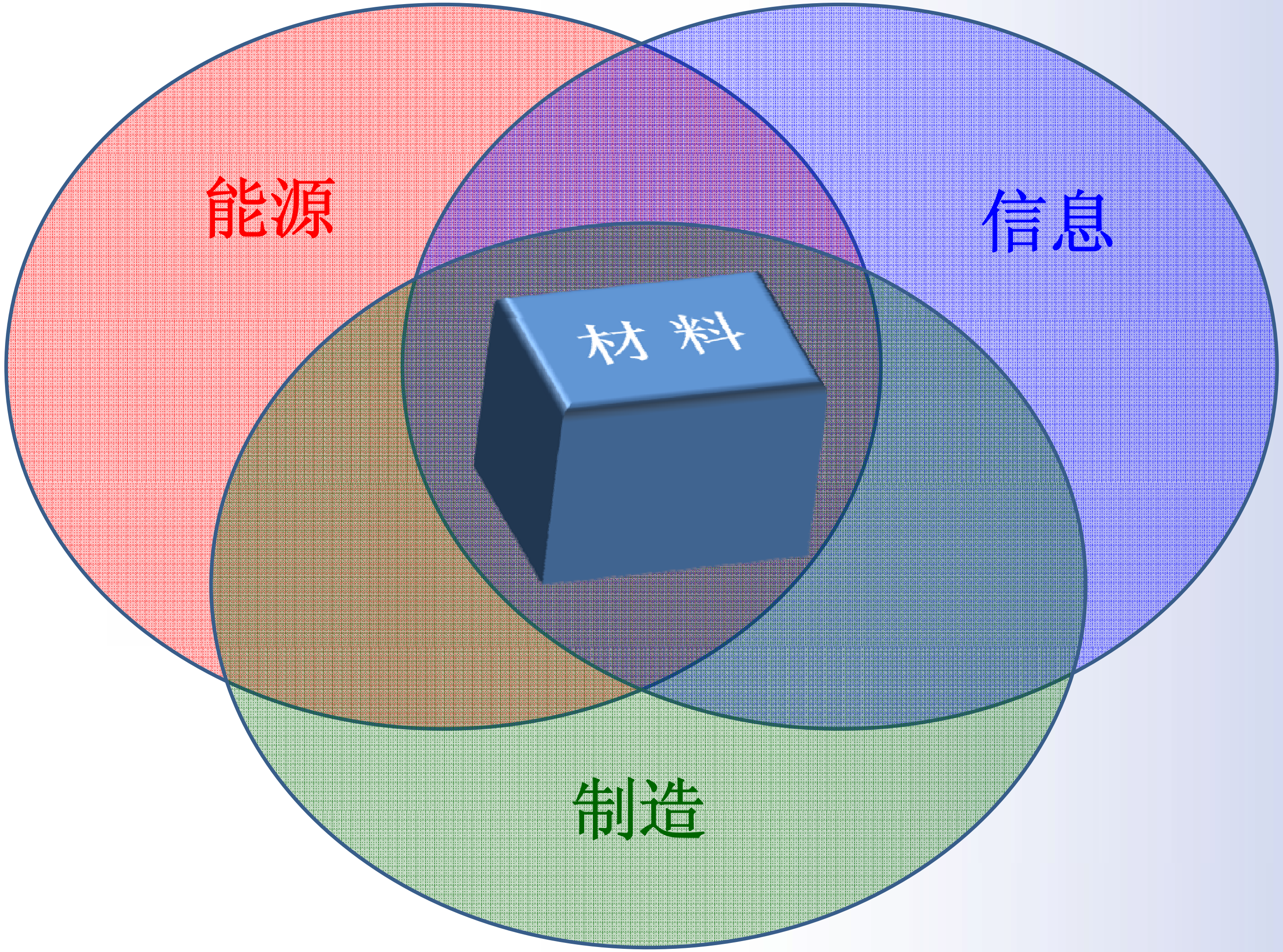
taoli@nju.edu.cn

Nat. Lab. of Solid State Microstructures
College of Engineering and Applied Sciences
Nanjing University

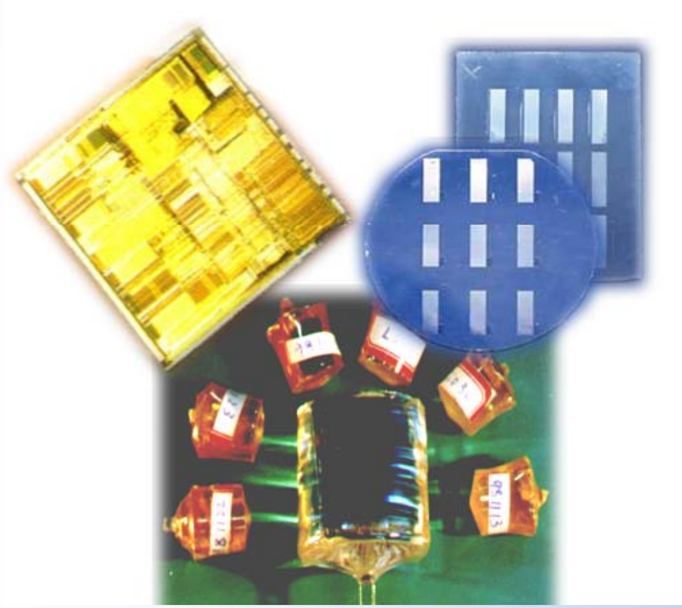
内容纲要

- 背景
- 基本原理
- 物理效应+相关应用
- 结论与展望

Dr. Tao Li taoli@nju.edu.cn


能源
信息
材 料
制造

背 景

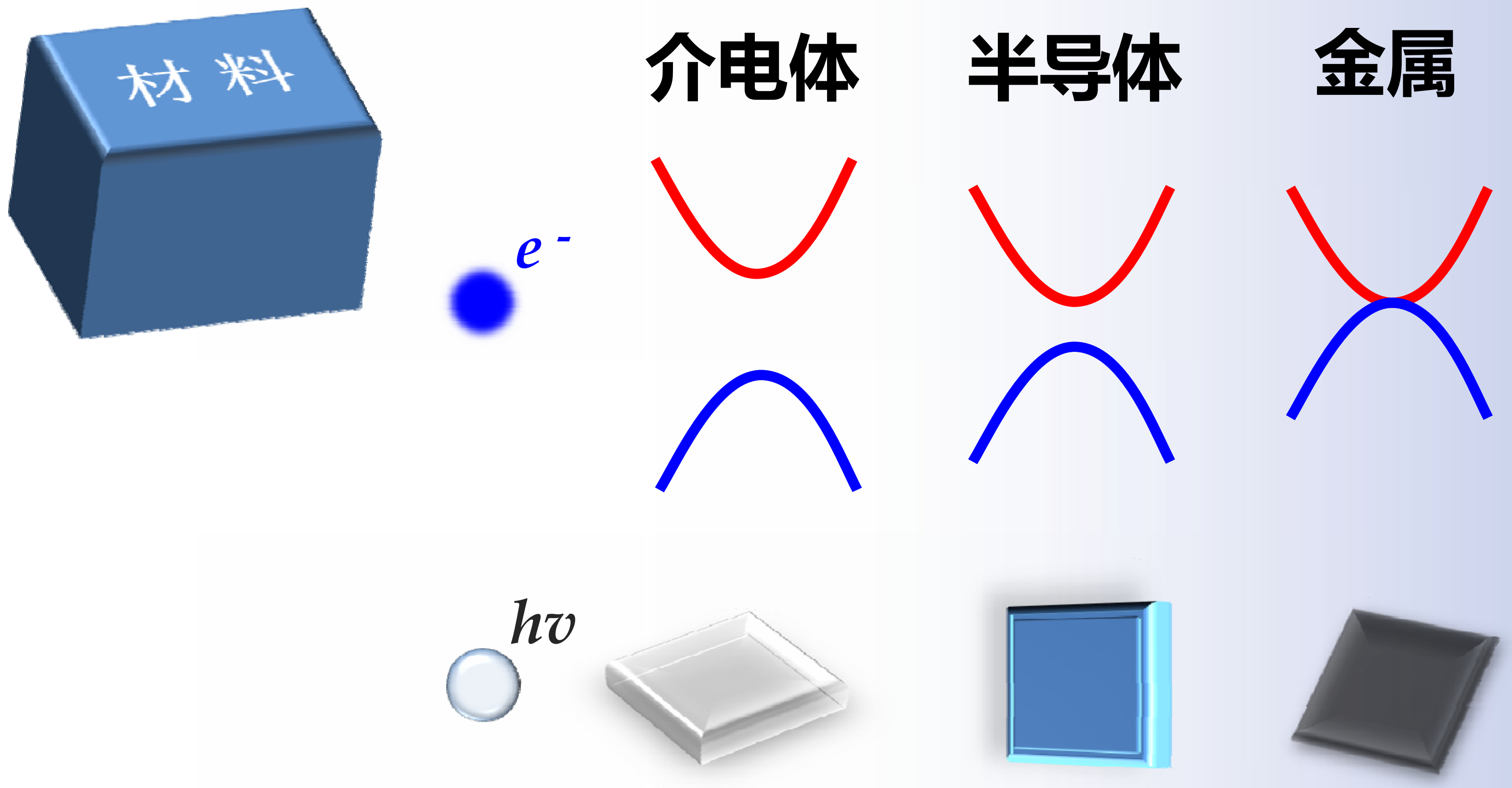


天然材料
或美或丑，或有用或无用
只能选择，不能控制

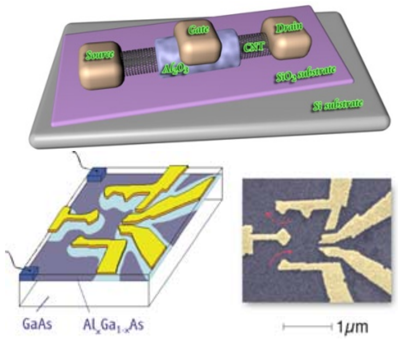
人工材料
人们根据意愿去生长、加工、组装
→ 各种功能材料

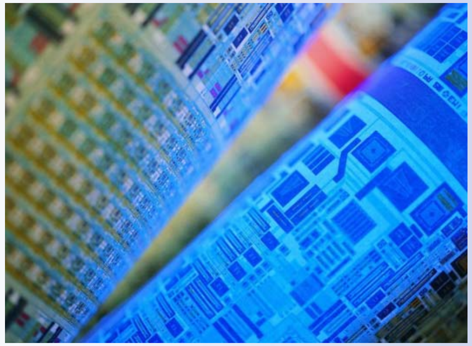
Dr. Tao Li taoli@nju.edu.cn

背 景



半导体材料的微结构控制





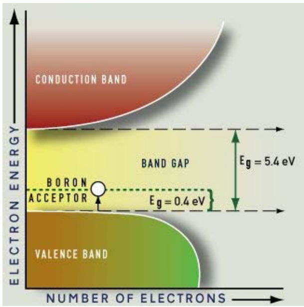
载流子调控

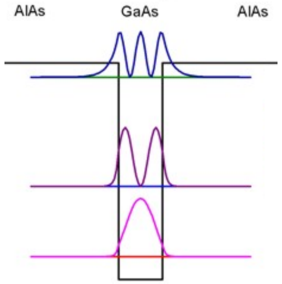
晶体管

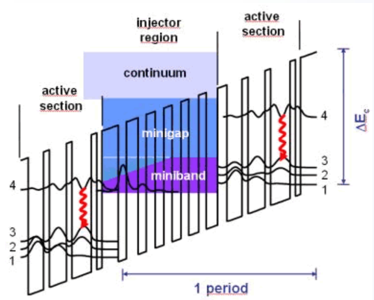
集成电路

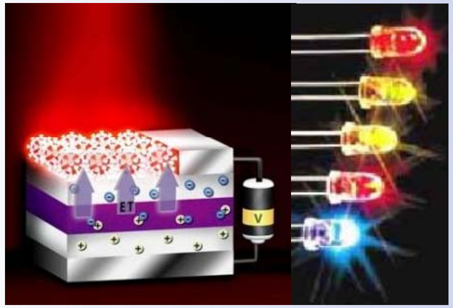
超大规模集成电路

微电子产业









电子能带调控

量子阱

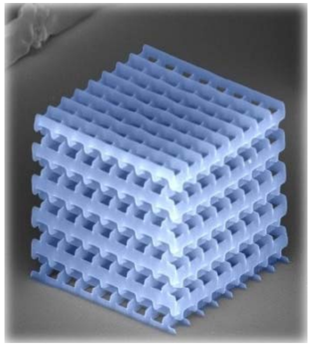
半导体超晶格

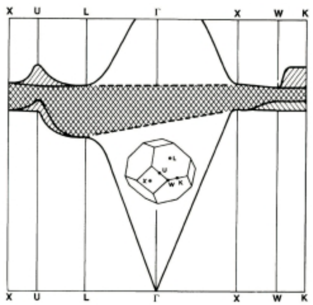
LED，LD

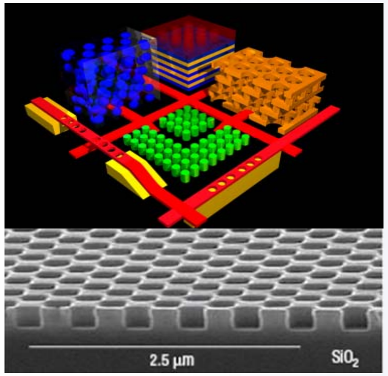
光电子产业

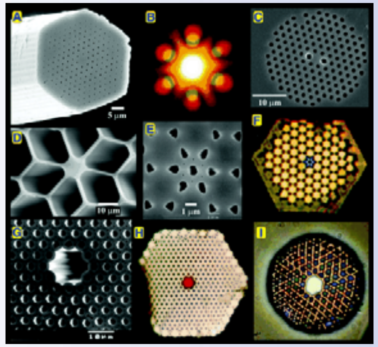
Dr. Tao Li taoli@nju.edu.cn

电介质材料的微结构控制





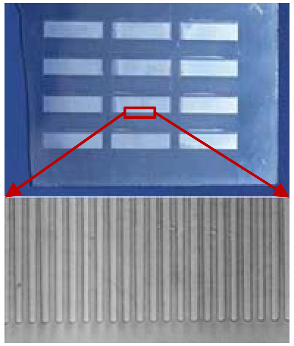


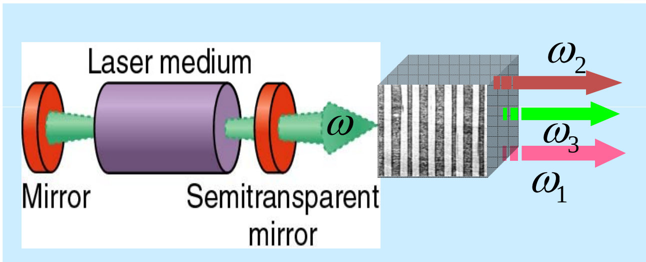


光子晶体

折射率的周期调制 → 调控光子能带

光处理、光信息产业





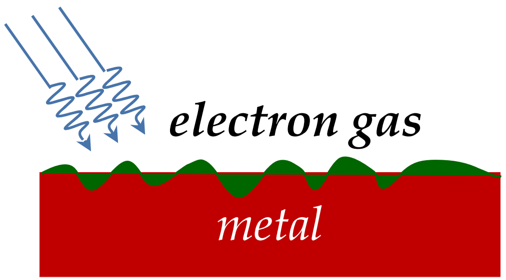
介电体超晶格

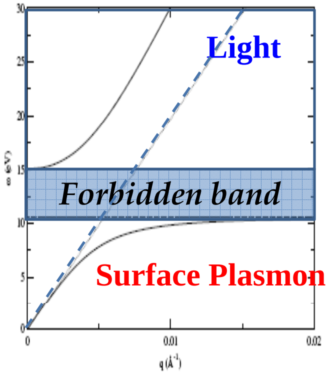
非线性系数的调制 → 谐波产生，频率转换

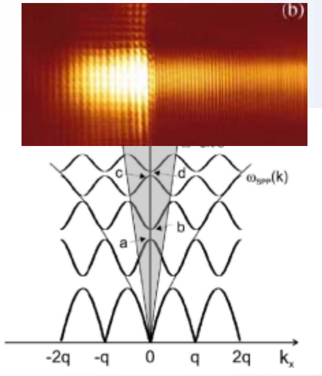
激光产业

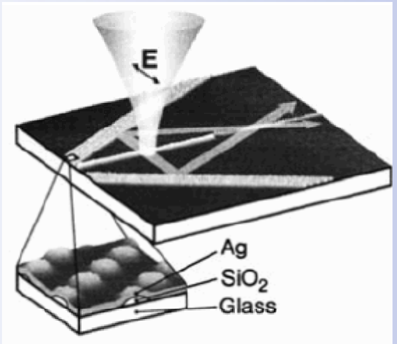
Dr. Tao Li taoli@nju.edu.cn

金属材料的微纳结构控制









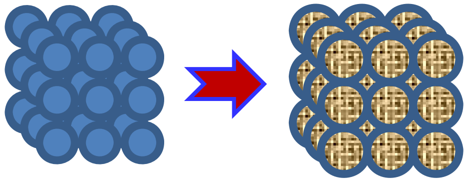
金属表面等离激元

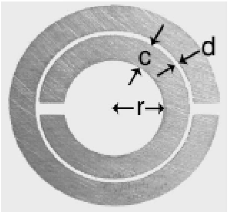
通过微纳结构调控等离激元的能带

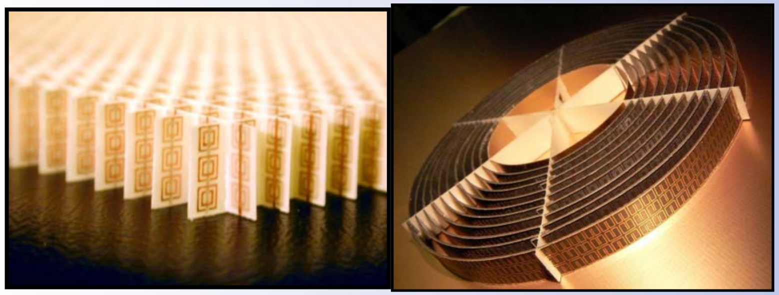
等离激元光子学

天然原子

人工原子







人工原子

人工的共振结构——“磁原子”

超构材料

Dr. Tao Li taoli@nju.edu.cn

基本原理

研究对象：金属中的电磁问题

$$\begin{cases} \nabla\cdot\vec{D}=\rho_f \\ \nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\ \nabla\cdot\vec{B}=0 \\ \nabla\times\vec{H}=\vec{j}_f+\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{D}=\varepsilon\varepsilon_0\vec{E} \\ \vec{B}=\mu\mu_0\vec{H} \\ \vec{j}=\sigma\vec{E} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon&=\varepsilon(\omega) \\ \mu&=\mu(\omega) \\ \omega&=\omega(k) \end{aligned}$$

- 金属对电磁波的响应（金属的介电函数）
- 等离激元的几种形式：
  体等离激元，表面等离激元，局域等离激元，
  磁等离激元（对磁场的响应）

Dr. Tao Li taoli@nju.edu.cn

金属的介电函数

通常情况下，介质在光学波段都没有磁响应

$$\boxed{\mu = 1}$$

电的部分可以描述为：

$$\mathbf{D}(\mathbf{r},t) = \varepsilon_0 \int dt'd\mathbf{r}'\varepsilon(\mathbf{r}-\mathbf{r}',t-t')\mathbf{E}(\mathbf{r}',t')$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r},t) = \int dt'd\mathbf{r}'\sigma(\mathbf{r}-\mathbf{r}',t-t')\mathbf{E}(\mathbf{r}',t')$$

通过**Fourier**变换

$$\mathbf{D}(\mathbf{K},\omega) = \varepsilon_0\varepsilon(\mathbf{K},\omega)\mathbf{E}(\mathbf{K},\omega)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{K},\omega) = \sigma(\mathbf{K},\omega)\mathbf{E}(\mathbf{K},\omega)$$

t-r 空间→***ω-k*** 空间

金属的介电函数

根据方程： $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad \mathbf{J} = \dfrac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}$

得到金属的介电函数，（金属对外电场的响应）

$$\boxed{\varepsilon(\mathbf{K},\omega) = 1 + \frac{i\sigma(\mathbf{K},\omega)}{\varepsilon_0 \omega}}$$

再由波动方程 $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \dfrac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2}$

$$\Rightarrow \quad K^2 = \varepsilon(\mathbf{K},\omega)\frac{\omega^2}{c^2}$$

Generic dispersion relation

Dr. Tao Li taoli@nju.edu.cn

内容纲要

- 背景
- 基本原理
  - ➢体等离激元
  - ➢表面等离激元
  - ➢局域等离激元
- 物理效应
- 相关应用

Dr. Tao Li taoli@nju.edu.cn

体等离激元

自由电子气——Drude模型

外电场驱动下，等离子中的一个电子的动力学方程

$$m\ddot{\mathbf{x}} + m\gamma\dot{\mathbf{x}} = -e\mathbf{E}$$

$$\mathbf{x}(t) = \frac{e}{m(\omega^2 + i\gamma\omega)}\mathbf{E}(t)$$

$$\mathbf{P} = -\frac{ne^2}{m(\omega^2 + i\gamma\omega)}\mathbf{E}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0(1 - \frac{\omega_P^2}{\omega^2 + i\gamma\omega})\mathbf{E}$$

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_P^2}{\omega^2 + i\gamma\omega}$$

Plasma frequency

$$\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0}$$

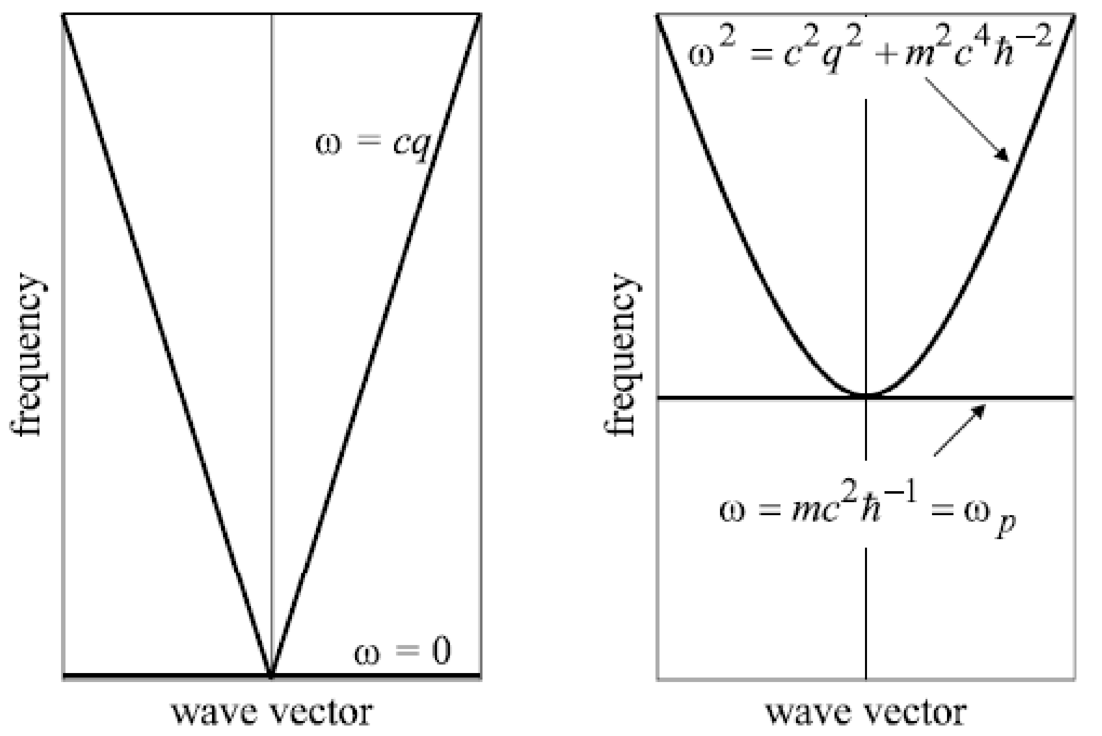
$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_P^2}{\omega^2}$$ 不考虑损耗

$$K^2 = \varepsilon(\mathbf{K}, \omega)\frac{\omega^2}{c^2}$$

$$\boxed{\omega^2 = \omega_P^2 + K^2c^2}$$

体等离激元模的色散关系

光（电磁波）传播色散



Dispersion of light in free space and metal

Dr. Tao Li taoli@nju.edu.cn

Lorentz模型（谐振子）

考虑到有些情况的电子并非完全自由，而是受到各种各样的约束，如材料结构的几何形状，结构边界，电子的带间跃迁等等，这些约束可以用**回复力$m\omega_0 x$**表示，因而，动力学方程变为：

$$m\ddot{\mathbf{x}} + m\gamma\dot{\mathbf{x}} + m\omega_0\mathbf{x} = -e\mathbf{E}$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_P^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

Lorentz 模型 一般描述共振系统

体等离激元的光学性质

介质的光学性质的重要表征折射率系数**n**, 消光系数**κ**

复数介电函数 $\varepsilon(\omega)=\varepsilon_1+i\varepsilon_2$

$$\varepsilon_1 = n^2-\kappa^2,\quad \varepsilon_2 = 2n\kappa$$

and

$$n=\frac{1}{\sqrt{2}}(\varepsilon_1+(\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$$

$$\kappa=\frac{1}{\sqrt{2}}(-\varepsilon_1+(\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}.$$

$\tilde{n}$ *and* $\tilde{\varepsilon}_r$ *are not independent*

Dr. Tao Li taoli@nju.edu.cn

根据Drude模型

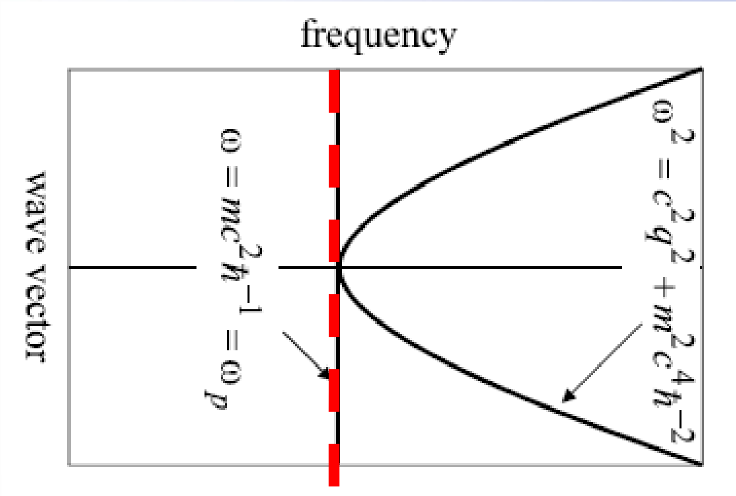
$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_P^2}{\omega^2}$$

$$\tilde{n} = \sqrt{\varepsilon_r}$$

$$\tilde{n}\ \text{is imaginary for}\ \omega < \omega_p$$

$$\text{positive for}\ \omega > \omega_p$$

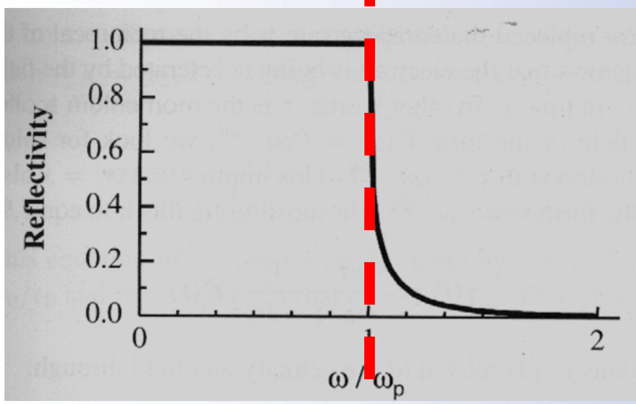
$$\text{zero for}\ \omega = \omega_p$$



Plasma frequency

金属的反射率

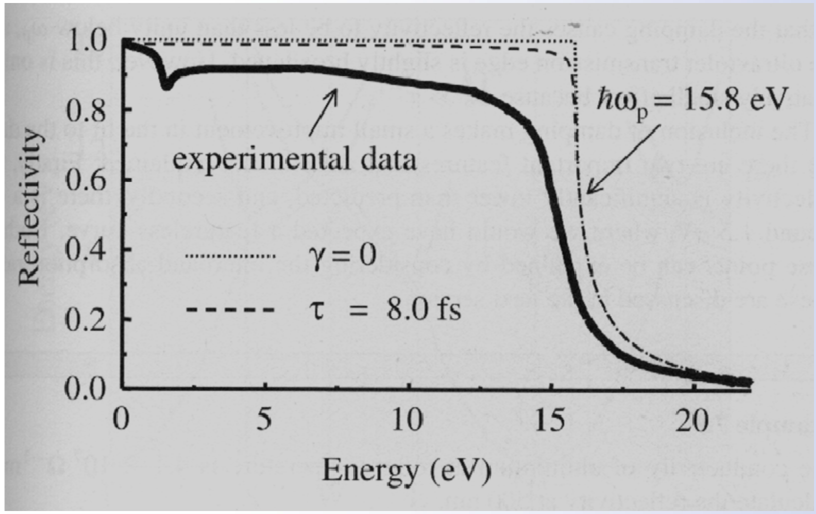
$$R = \left|\frac{\tilde{n} - 1}{\tilde{n} + 1}\right|^2.$$



一些实际金属的价电子，电子浓度，等离子体频率与波长

Metal	Valency	N (10^{28} m^{-3})	$\omega_p/2\pi$ (10^{15} Hz)	λ_p (nm)
Li (77 K)	1	4.70	1.95	154
Na (5 K)	1	2.65	1.46	205
K (5 K)	1	1.40	1.06	282
Rb (5 K)	1	1.15	0.96	312
Cs (5 K)	1	0.91	0.86	350
Cu	1	8.47	2.61	115
Ag	1	5.86	2.17	138
Au	1	5.90	2.18	138
Be	2	24.7	4.46	67
Mg	2	8.61	2.63	114
Ca	2	4.61	1.93	156
Al	3	18.1	3.82	79

实际金属铝的反射光谱



内容纲要

- 背景
- 基本原理
  - 体等离激元
  - 表面等离激元
  - 局域等离激元
- 物理效应
- 相关应用

表面等离激元

根据**Maxwell**方程组，得到波动方程

$$\boxed{\nabla^2\mathbf{E} + k_0^2\varepsilon\mathbf{E} = 0,}$$

考虑沿着表面**x**方向的传播电磁场，方程简化为：

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + \left(k_0^2\varepsilon - \beta^2\right) E_y = 0.$$

$$H_x = i\frac{1}{\omega\mu_0}\frac{\partial E_y}{\partial z}$$

$$H_z = \frac{\beta}{\omega\mu_0}E_y,$$

TE 模

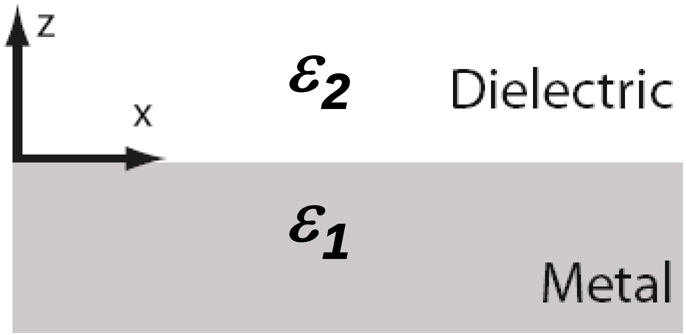
$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + \left(k_0^2\varepsilon - \beta^2\right) H_y = 0.$$

$$E_x = -i\frac{1}{\omega\varepsilon_0\varepsilon}\frac{\partial H_y}{\partial z}$$

$$E_z = -\frac{\beta}{\omega\varepsilon_0\varepsilon}H_y,$$

TM 模

For TE case



$$E_y(z) = A_2 e^{i\beta x} e^{-k_2 z}$$
$$H_x(z) = -iA_2 \frac{1}{\omega\mu_0} k_2 e^{i\beta x} e^{-k_2 z}$$
$$H_z(z) = A_2 \frac{\beta}{\omega\mu_0} e^{i\beta x} e^{-k_2 z}$$

z > 0

$$E_y(z) = A_1 e^{i\beta x} e^{k_1 z}$$
$$H_x(z) = iA_1 \frac{1}{\omega\mu_0} k_1 e^{i\beta x} e^{k_1 z}$$
$$H_z(z) = A_1 \frac{\beta}{\omega\mu_0} e^{i\beta x} e^{k_1 z}$$

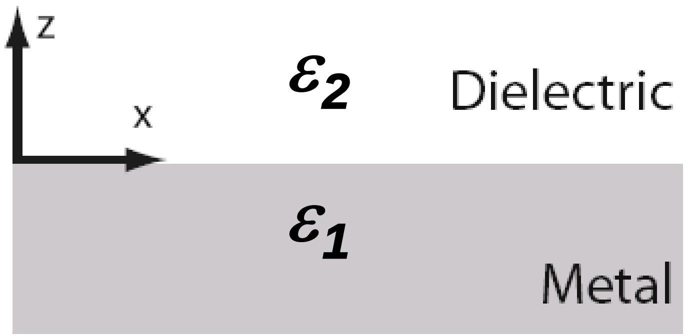
z < 0

根据界面上 $\boldsymbol{H_x}$ 和 $\boldsymbol{E_y}$ 的连续性边界条件

$$A_1(k_1 + k_2) = 0. \qquad A_2 = A_1 = 0.$$

$\boxed{\text{不存在TE的表面波模}}$

For TM case



$$H_y(z) = A_2 e^{i\beta x} e^{-k_2 z}$$
$$E_x(z) = i A_2 \frac{1}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_2} k_2 e^{i\beta x} e^{-k_2 z}$$
$$E_z(z) = -A_1 \frac{\beta}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_2} e^{i\beta x} e^{-k_2 z}$$

Z > 0

$$H_y(z) = A_1 e^{i\beta x} e^{k_1 z}$$
$$E_x(z) = -i A_1 \frac{1}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_1} k_1 e^{i\beta x} e^{k_1 z}$$
$$E_z(z) = -A_1 \frac{\beta}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_1} e^{i\beta x} e^{k_1 z}$$

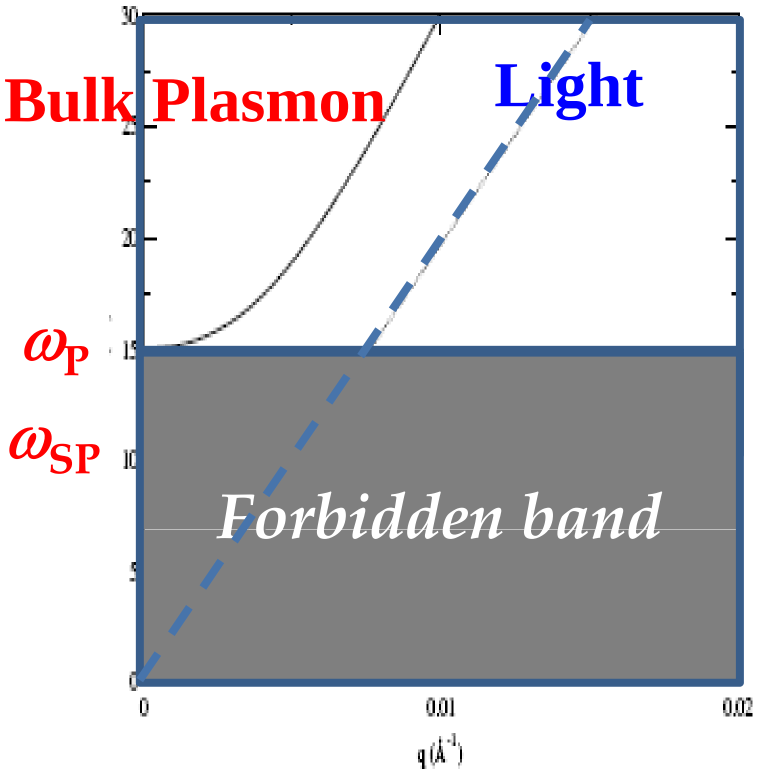
Z < 0

根据界面上 $\boldsymbol{H_y}$ 和 $\boldsymbol{E_x}$ 的连续性边界条件

$$\frac{k_2}{k_1} = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \quad + \quad \begin{aligned} k_1^2 &= \beta^2 - k_0^2\varepsilon_1 \\ k_2^2 &= \beta^2 - k_0^2\varepsilon_2. \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \beta = k_0\sqrt{\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}}.$$

$\boxed{\text{有TM表面模存在，波矢为}\beta}$

Surface plasmon polariton （SPP）



上帝在关上一扇门的同时打开了一扇窗！

when $k \to \infty$

$$\varepsilon(\omega) = -\varepsilon_1$$

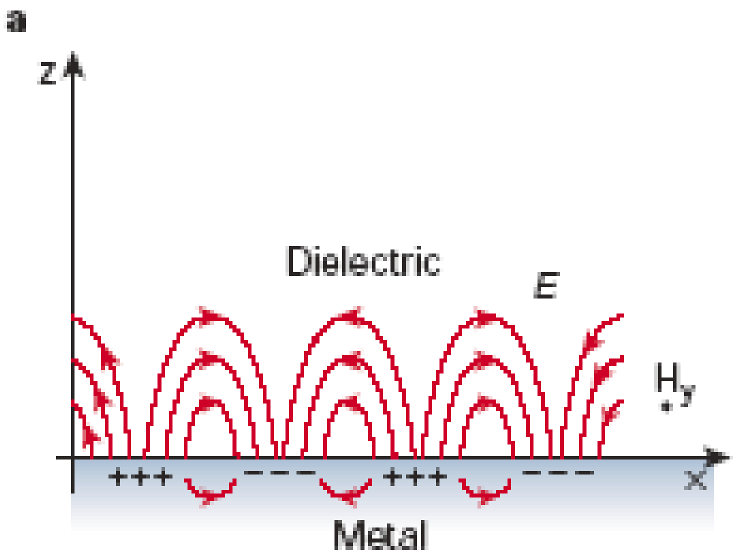
$$\omega_{sp} = \frac{\omega_p}{\sqrt{1+\varepsilon_1}}$$

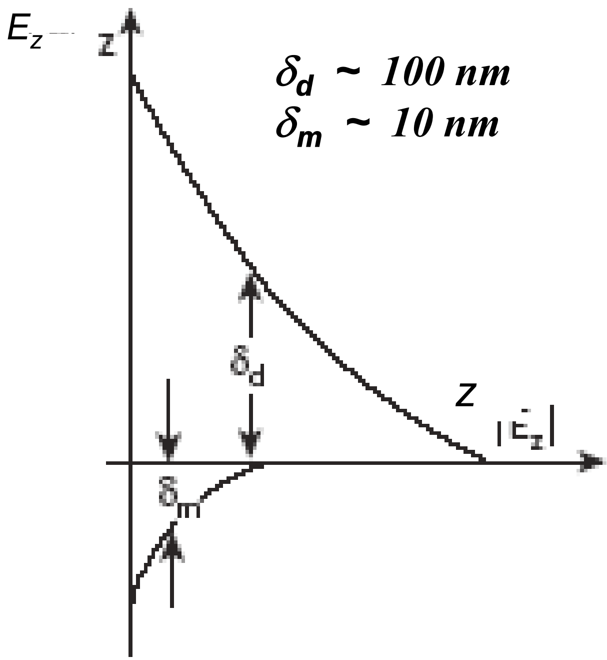
当介质为空气时， $\omega_{sp} = \dfrac{\omega_p}{\sqrt{1+1}} = \dfrac{\omega_p}{\sqrt{2}}$

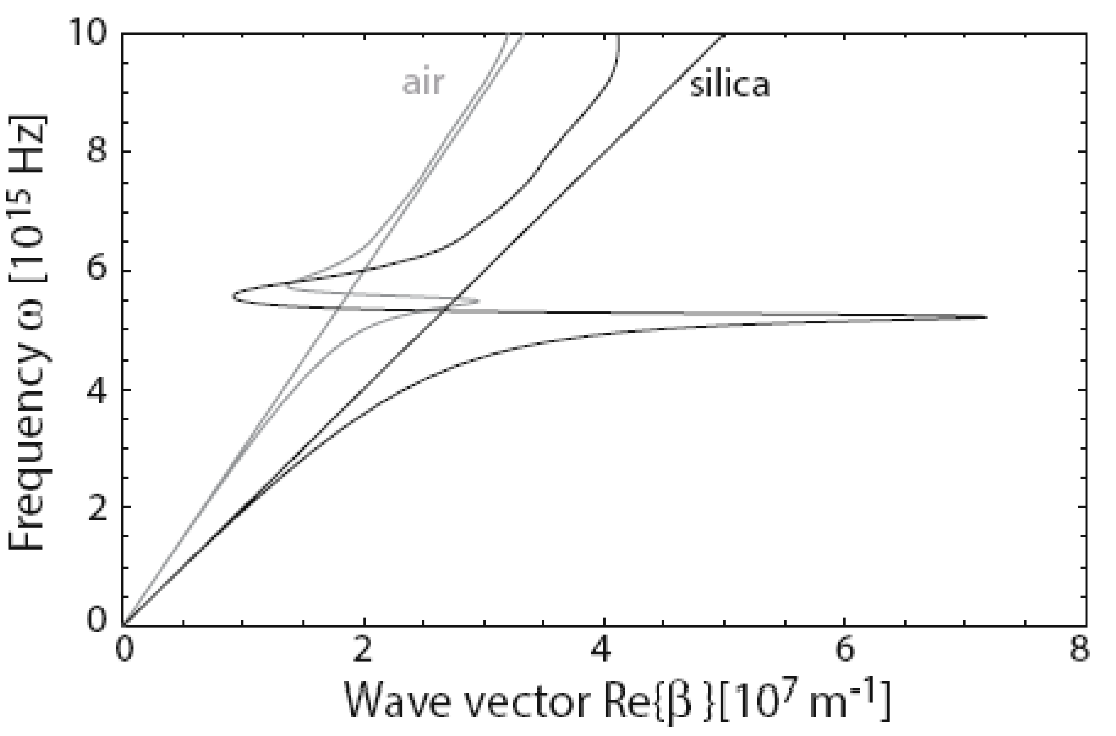
等离激元表面波的波矢$k_x>k_0$

k_z只能是个虚数，场沿着z方向衰减。

SPP沿界面法向是消失波（ *evanescent wave* ）



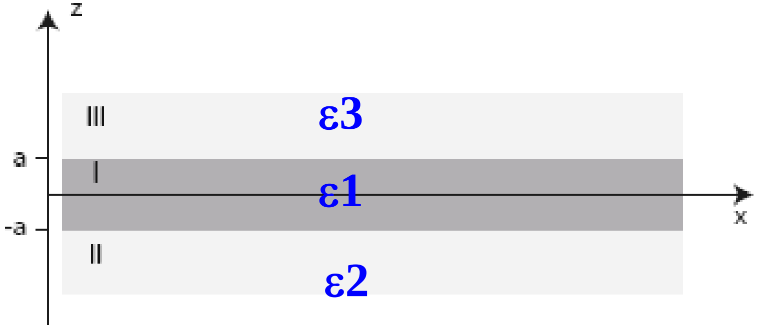




实际系统中的SPP色散图
(Ag/air 和 Ag/silica 的界面)

多层结构中耦合SPP模式

IMI结构



色散形式 $$e^{-4k_1a} = \frac{k_1/\varepsilon_1 + k_2/\varepsilon_2}{k_1/\varepsilon_1 - k_2/\varepsilon_2}\frac{k_1/\varepsilon_1 + k_3/\varepsilon_3}{k_1/\varepsilon_1 - k_3/\varepsilon_3}.$$

当 a→∞, $$\frac{k_2}{k_1} = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

$$\beta = k_0\sqrt{\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}}.$$

退耦情形，与单层界面模一致

当 ε2=ε3, 色散可以简化为

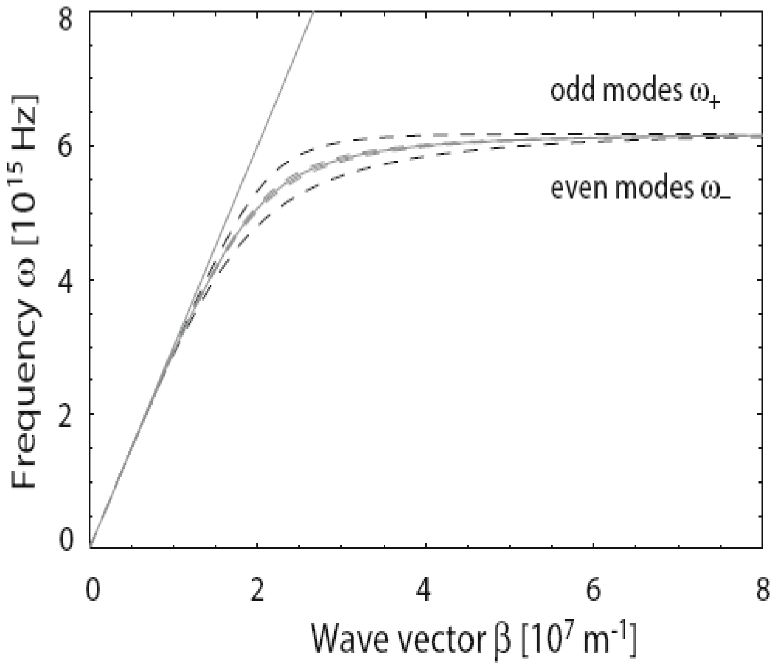
$$\tanh k_1 a = -\frac{k_2\varepsilon_1}{k_1\varepsilon_2}$$

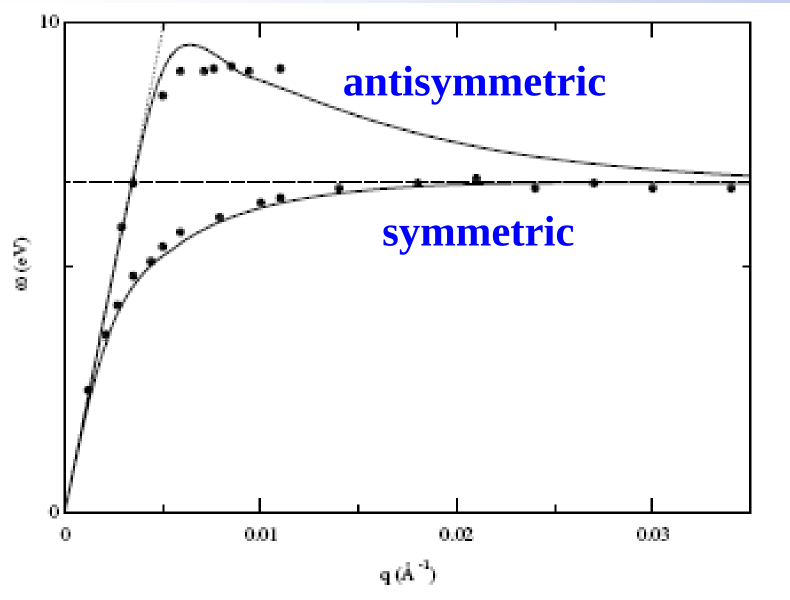
$$\tanh k_1 a = -\frac{k_1\varepsilon_2}{k_2\varepsilon_1}.$$

耦合情形，色散分为两支

奇模　反对称
偶模　对称

耦合导致劈裂的SPP模式





2a= 50nm

2a= 4 nm

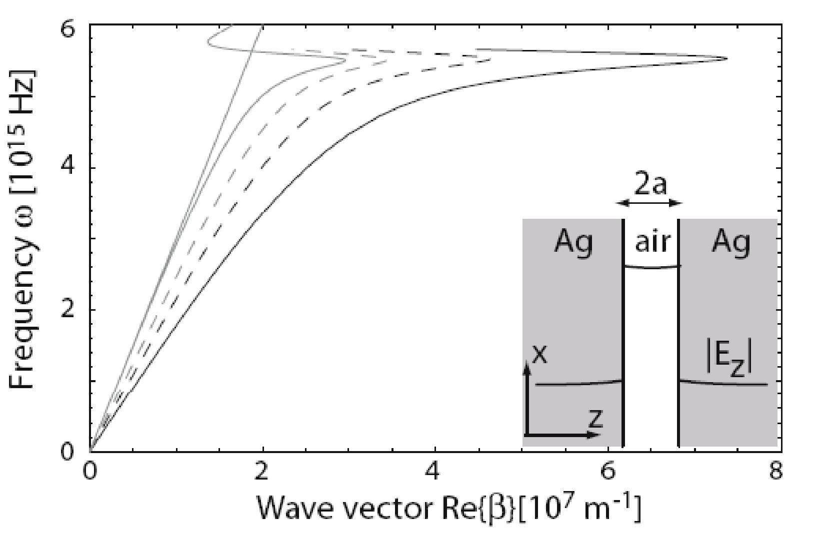
Dr. Tao Li taoli@nju.edu.cn

另一种情况

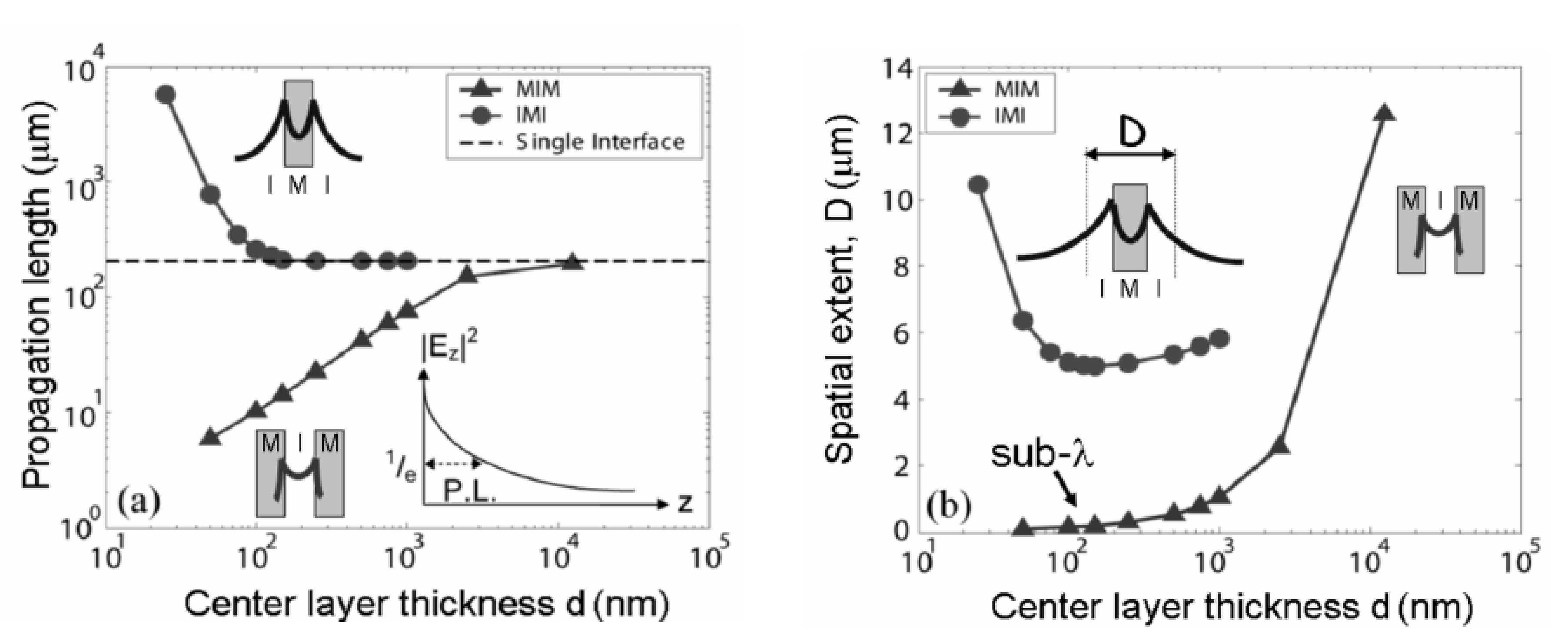
MIM结构

$$
\begin{cases}
\tanh k_1 a = -\dfrac{k_2 \varepsilon_1}{k_1 \varepsilon_2} \\
\tanh k_1 a = -\dfrac{k_1 \varepsilon_2}{k_2 \varepsilon_1}.
\end{cases}
$$

仍然适用，ε1→金属
ε2→介质

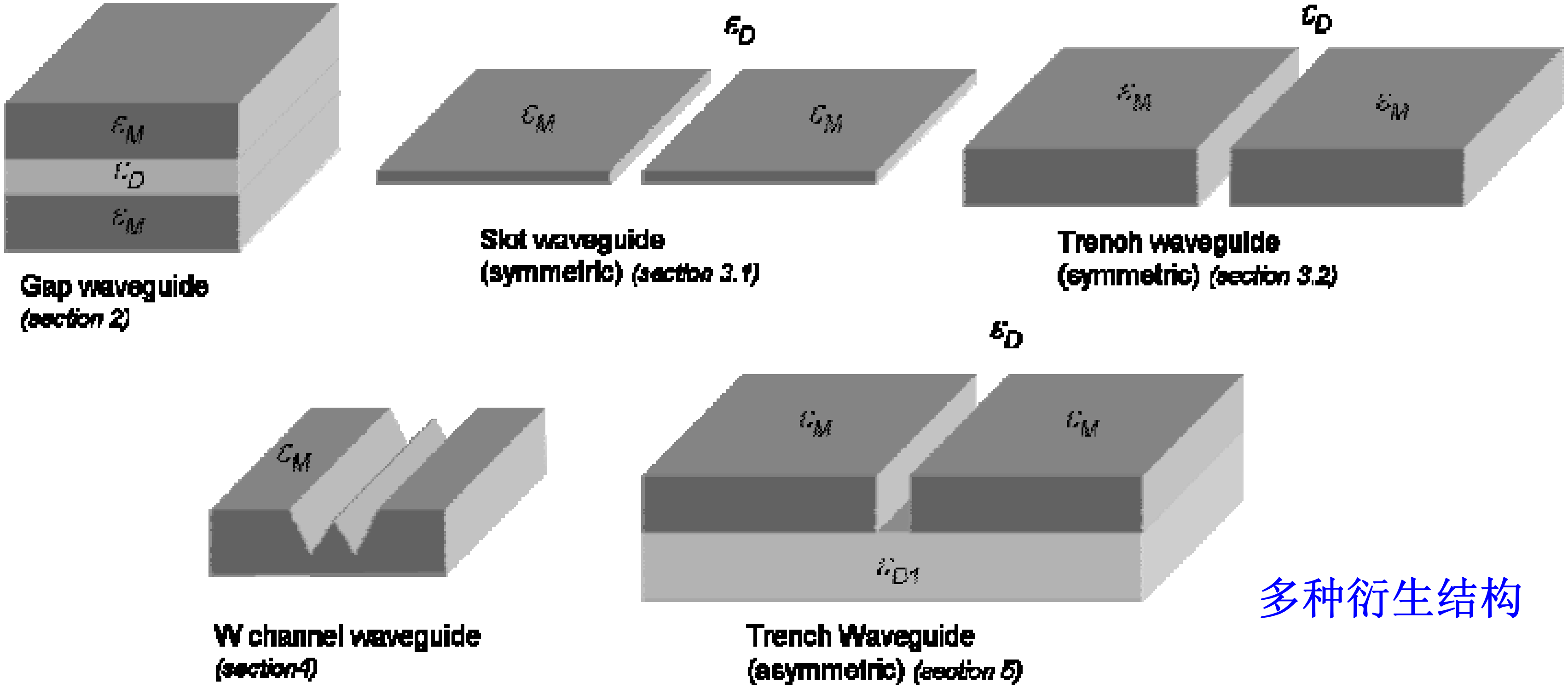


特别说明：IMI和MIM两种结构是等离激元波导中最基本并且非常重要的结构。



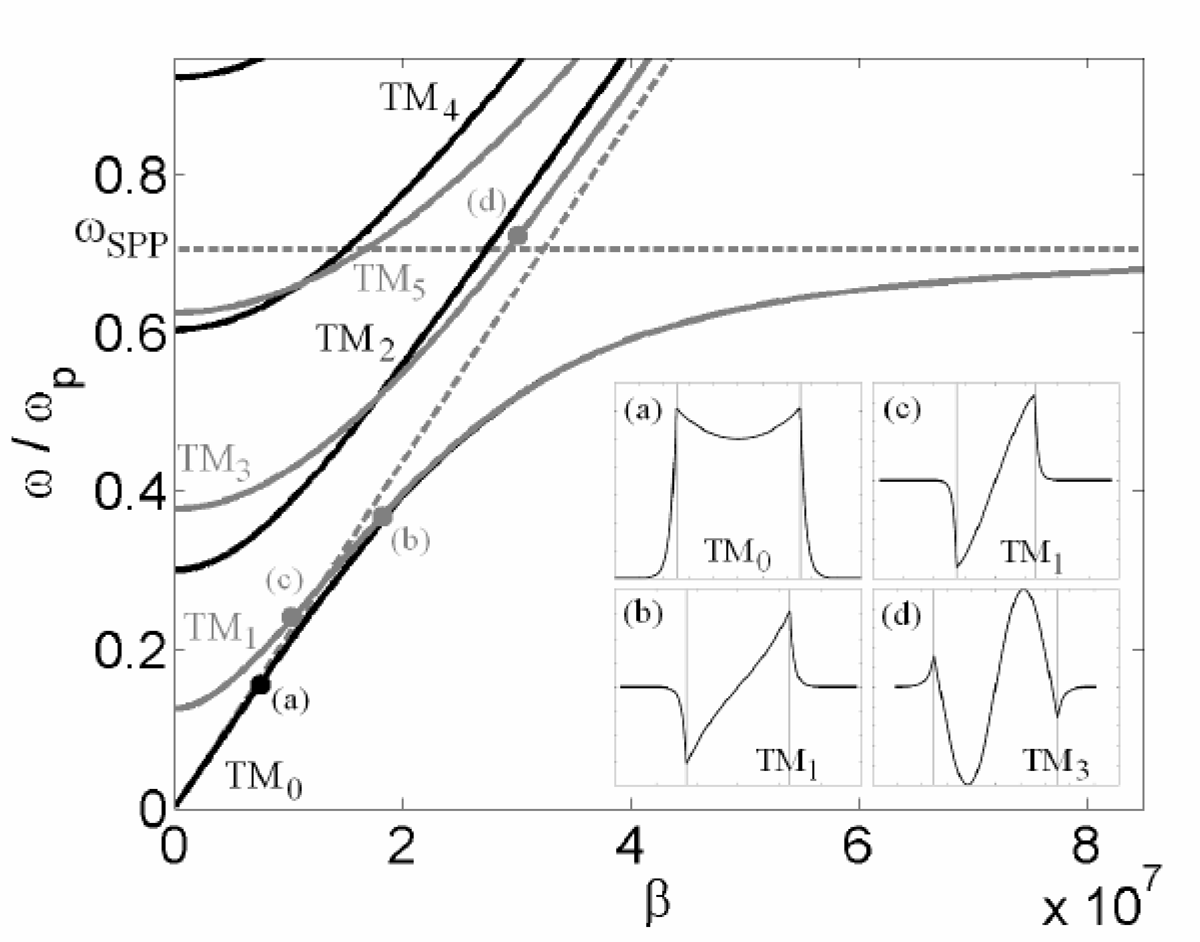
$\lambda = 1.55\mu m$

IMI和MIM的多种衍生结构



多种衍生结构

MIM结构中的多阶模式色散图



Dr. Tao Li taoli@nju.edu.cn

表面等离激元的激发方式

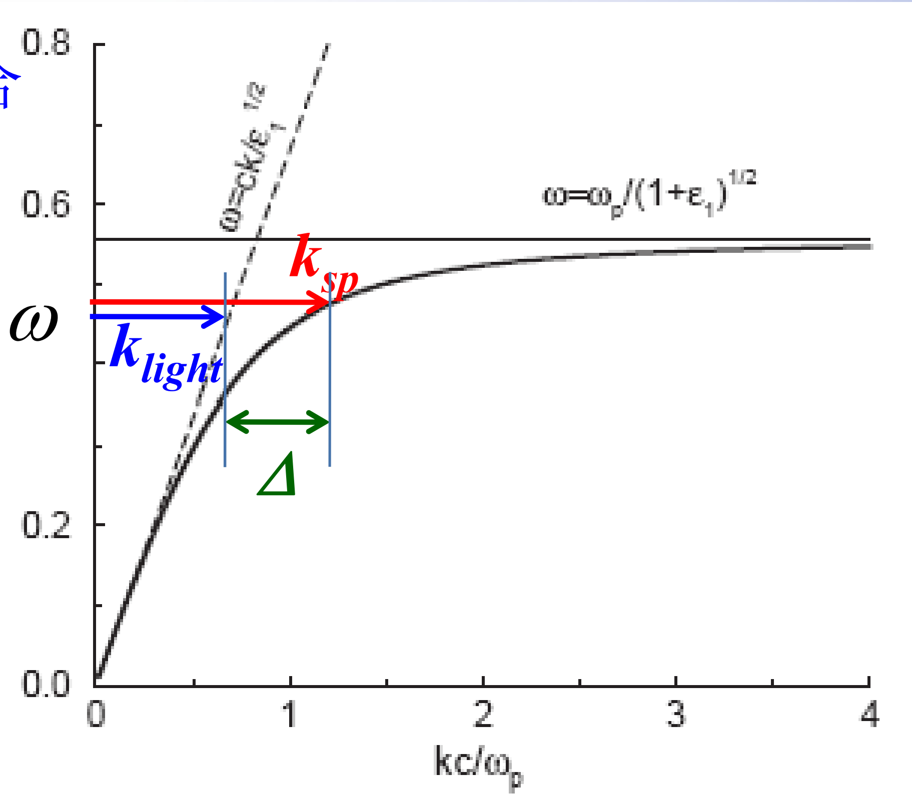
通常光不能直接与SPP模耦合

波矢的失配

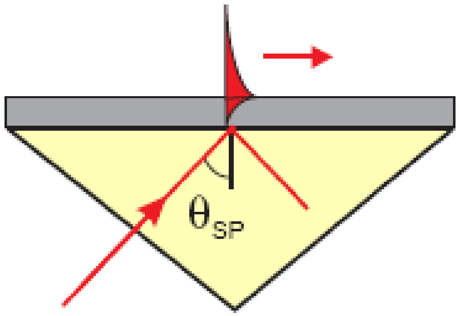
如果光以倾斜角θ入射到金属表面，而不是沿着表面传播

$\Delta' = \Delta + (1-\sin\theta)k_{light}$

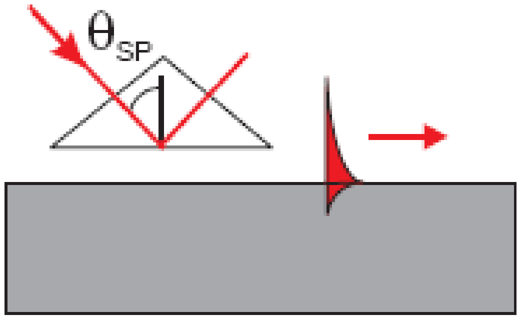
失配将会更大



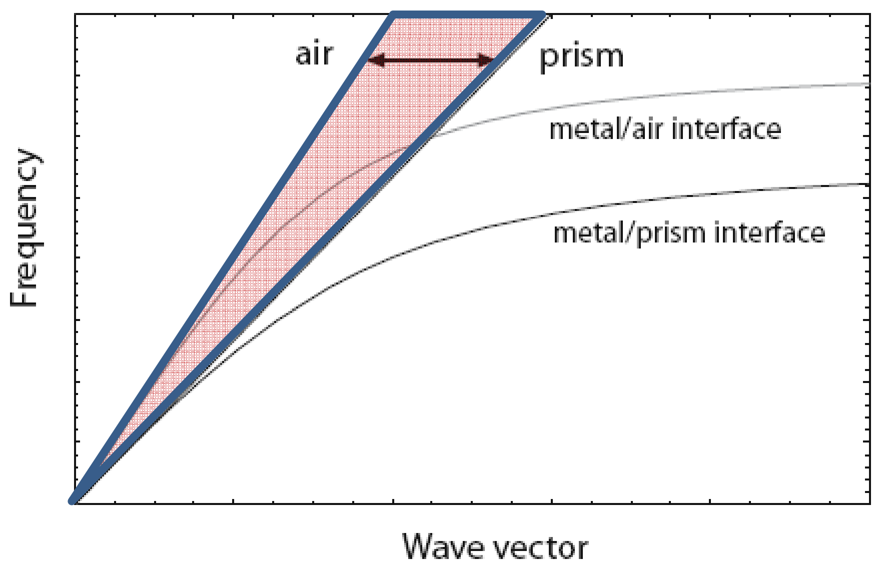
(a) 棱镜耦合



Kretschmann geometry



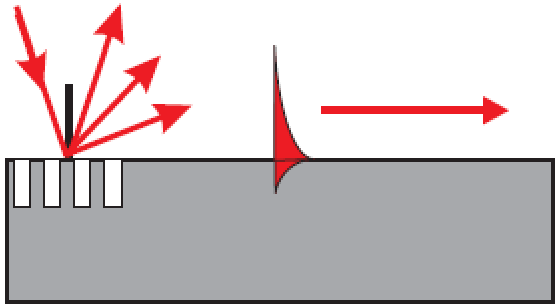
Otto geometry

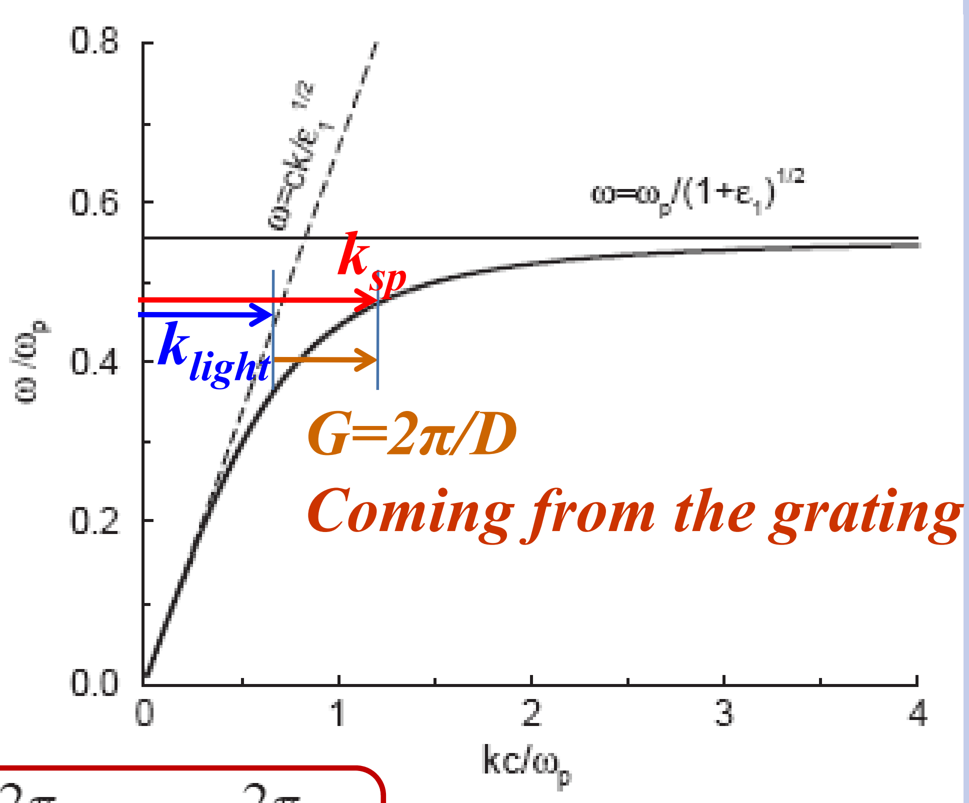


$\varepsilon_{prism}>1$

$$k_{sp} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon_{prism}}\ \sin\ \theta$$

(b) 光栅耦合



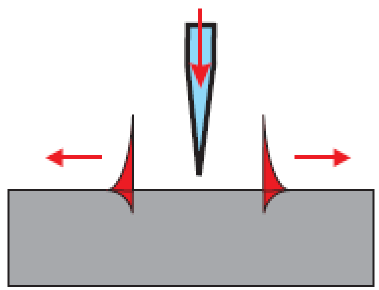


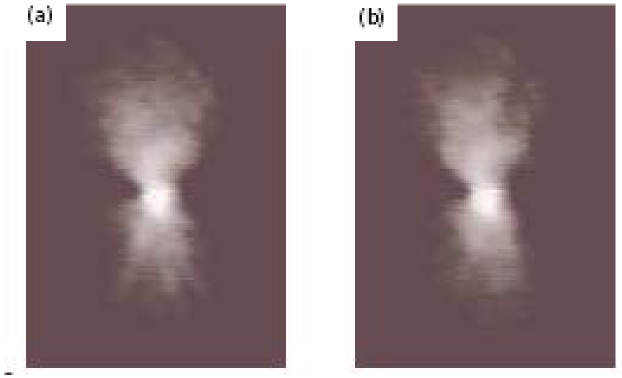
$$\mathbf{k}_{\rm sp} = \frac{\omega}{c} n_s \sin\ \theta \mathbf{u}_{12}\delta_p \pm \boxed{p\ \frac{2\pi}{D}\mathbf{u}_1 \pm q\ \frac{2\pi}{D}\mathbf{u}_2}$$

Polarization
1→TM
0→TE

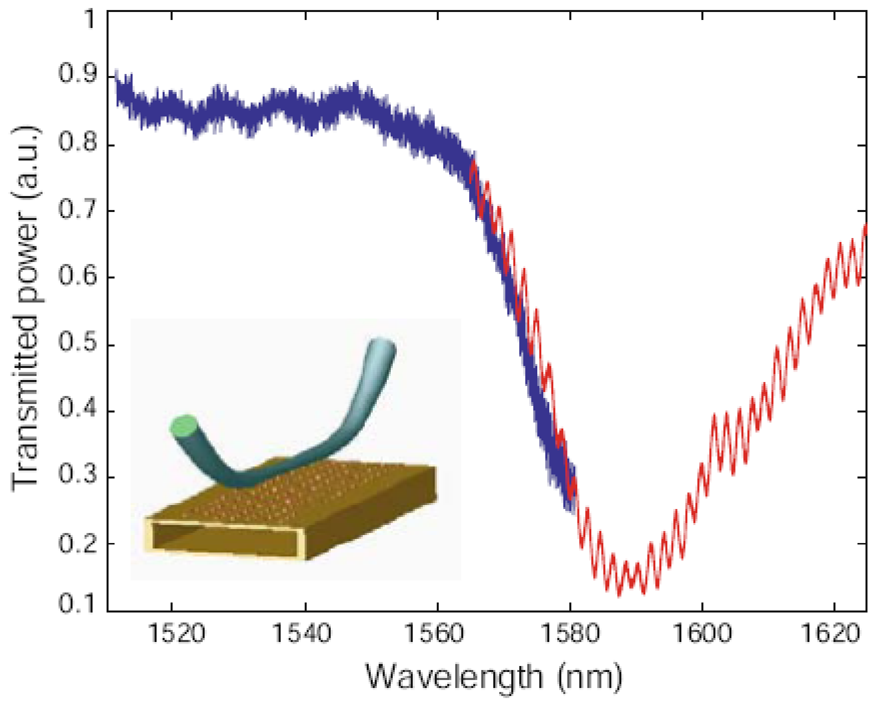
Reciprocal vectors

(c) 直接近场激发





(d) 光纤消逝场激发

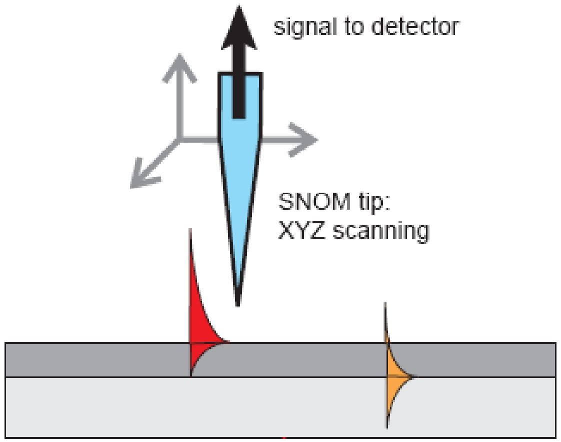


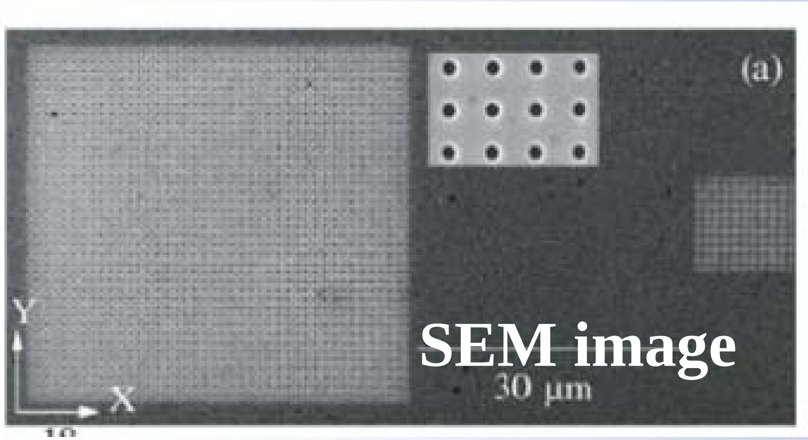
(e) 其它… …

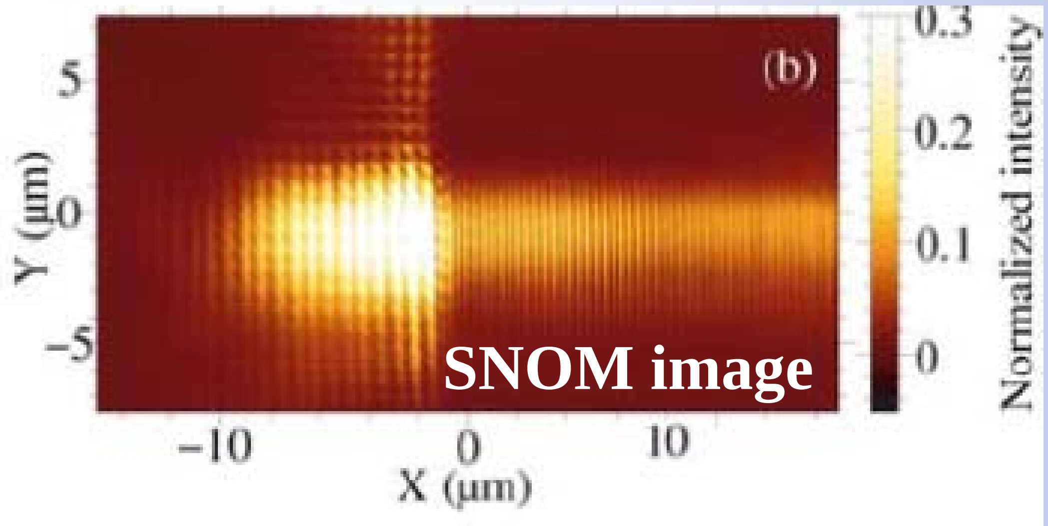
等离激元场分布探测

（1）扫描近场光学显微镜

SNOM



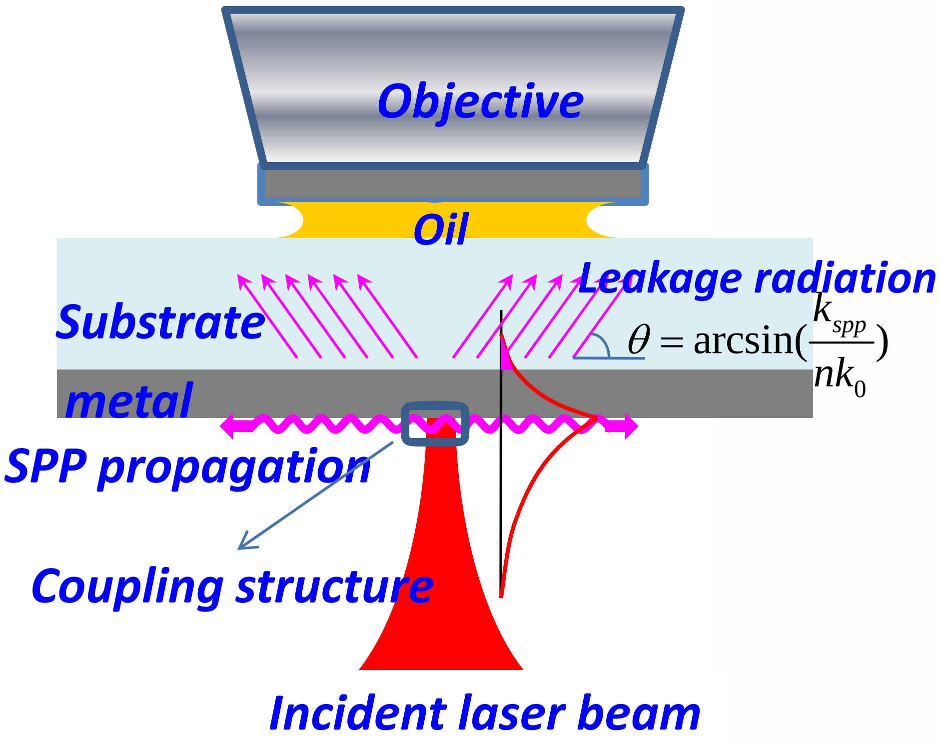


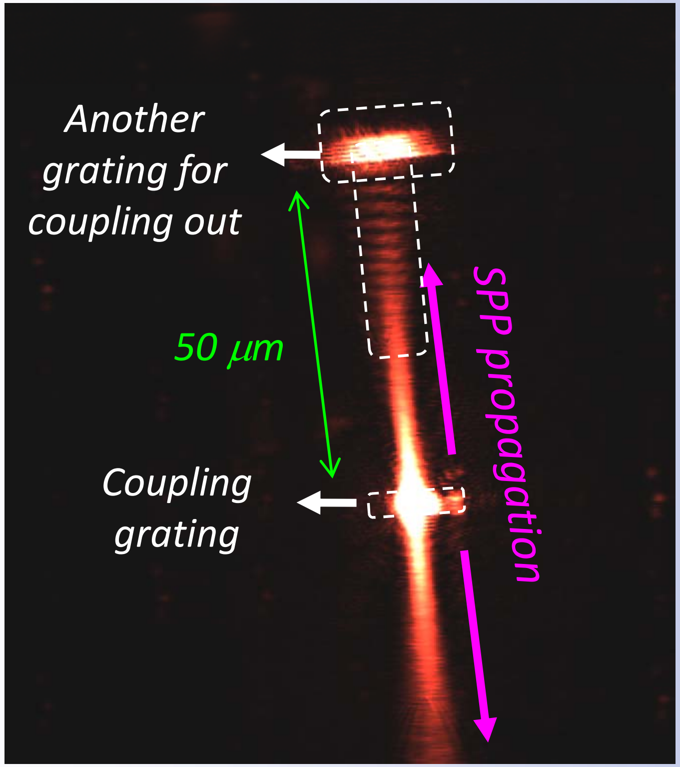


Dr. Tao Li taoli@nju.edu.cn

等离激元场分布探测

（2）泄露波显微镜 *Leakage Radiation Microscope-LRM*





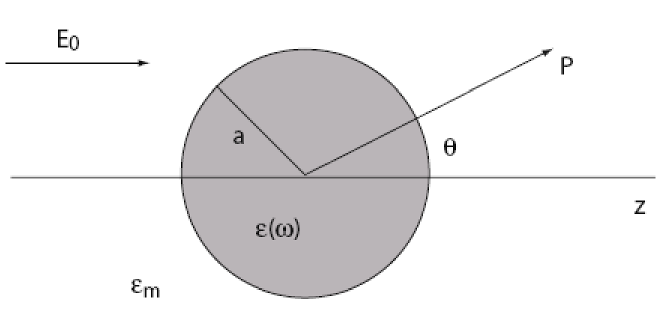
内容纲要

- 背景
- 基本原理
  - 体等离激元
  - 表面等离激元
  - 局域等离激元
- 物理效应
- 相关应用

Dr. Tao Li taoli@nju.edu.cn

局域等离激元(LSP)

亚波长金属球形颗粒的散射



边界条件

$$\Phi_{\text{in}}(r,\theta)=\sum_{l=0}^{\infty}A_l r^l P_l(\cos\theta)$$

$$\Phi_{\text{out}}(r,\theta)=\sum_{l=0}^{\infty}\left[B_l r^l + C_l r^{-(l+1)}\right]P_l(\cos\theta)$$

$$\Phi_{\text{in}} = -\frac{3\varepsilon_m}{\varepsilon+2\varepsilon_m}E_0 r\cos\theta$$

$$\Phi_{\text{out}} = -E_0 r\cos\theta + \frac{\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_m r^3}$$

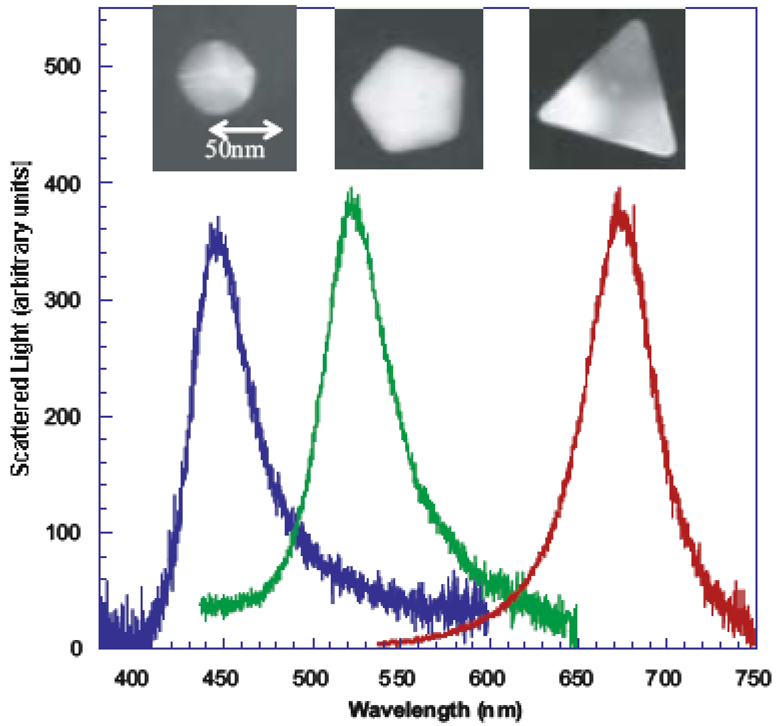
$$\mathbf{p} = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_m a^3\frac{\varepsilon-\varepsilon_m}{\varepsilon+2\varepsilon_m}\mathbf{E}_0.$$

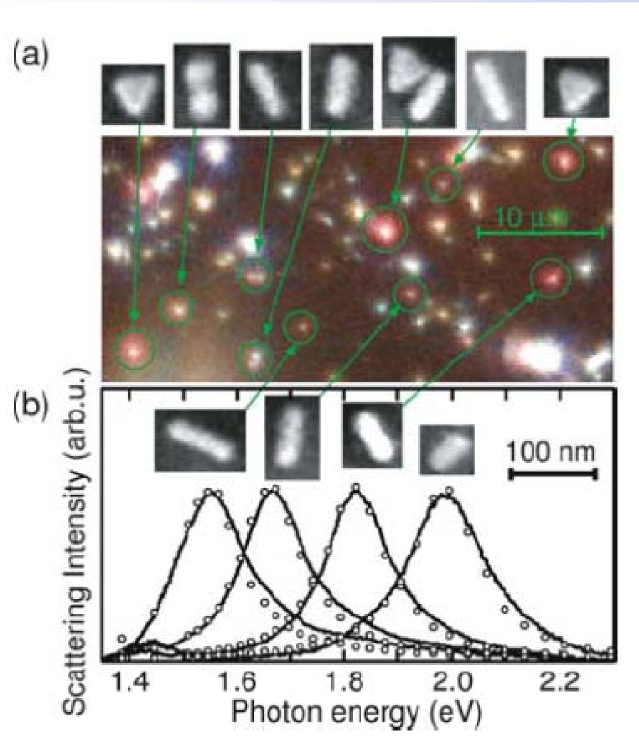
polarizability

$$\boxed{\alpha = 4\pi a^3\frac{\varepsilon-\varepsilon_m}{\varepsilon+2\varepsilon_m}}$$

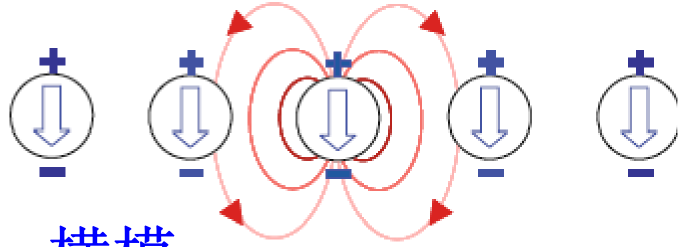
局域等离激元(LSP)

不同的形状具有不同的极化率，从而得到不同的共振模

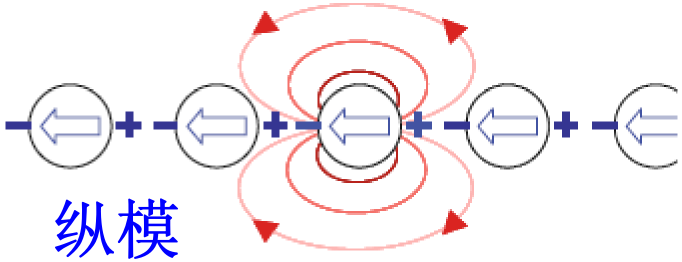




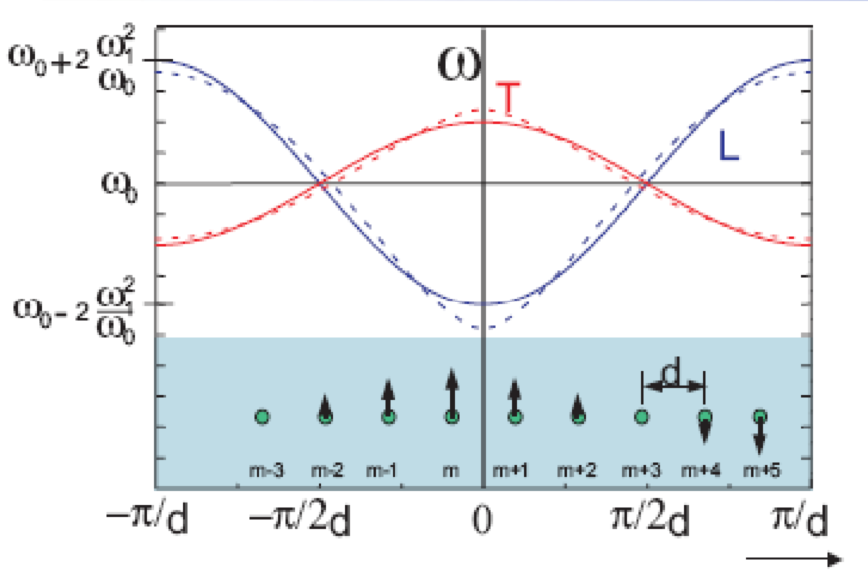
LSP的耦合



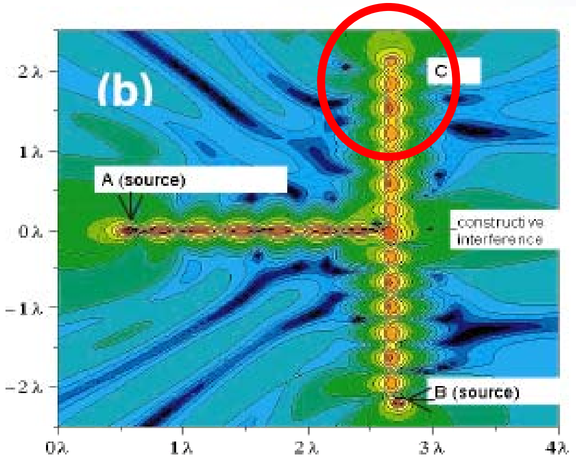
横模

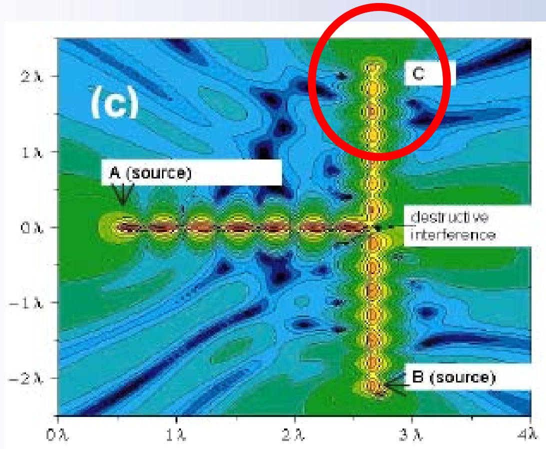


纵模



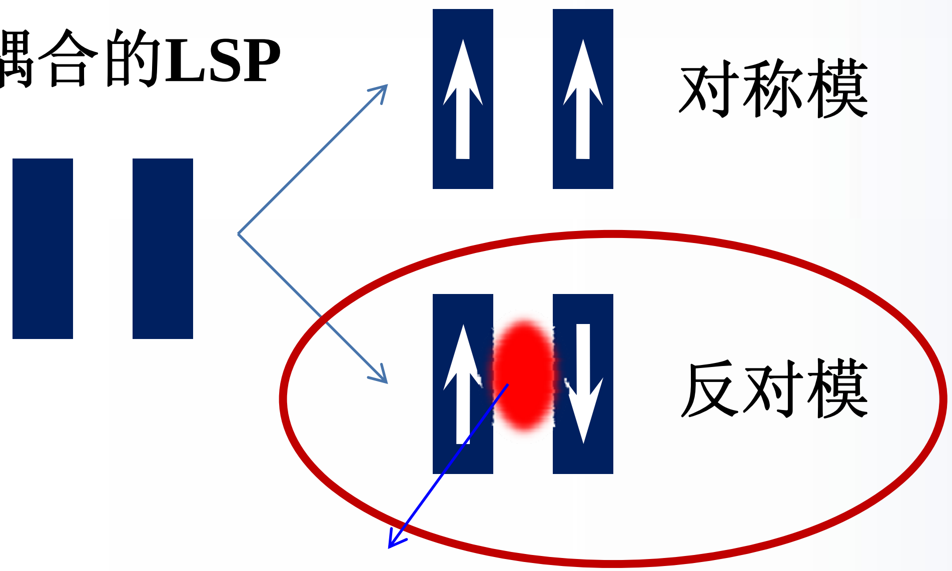
选择切换





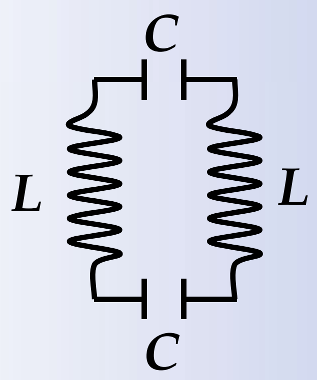
人工磁共振—局域等离激元

耦合的LSP



强的磁共振

等效的共振电路



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

它能产生具有lorentz线型的磁导率

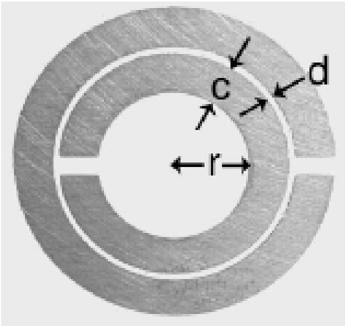
具有磁响应的局域等离激元共振

Dr. Tao Li taoli@nju.edu.cn

经典的磁共振原子— SRR

Split Ring Resonator

$$-i\omega\mu_0\pi r^2\left(H_0 + j - \frac{\pi r^2}{a^2}j\right) = 2\pi r\rho j - \frac{j}{i\omega C}$$



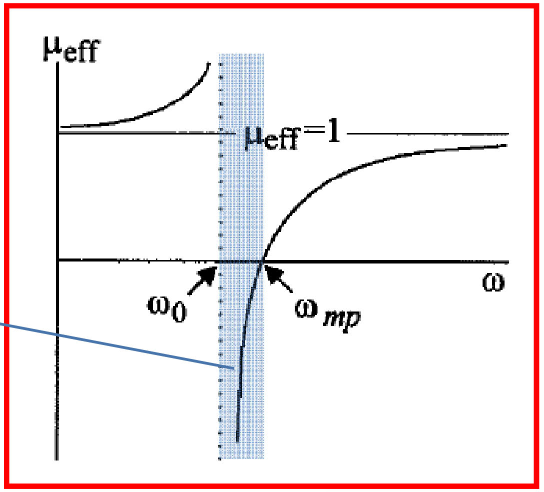
Pendry, 1999

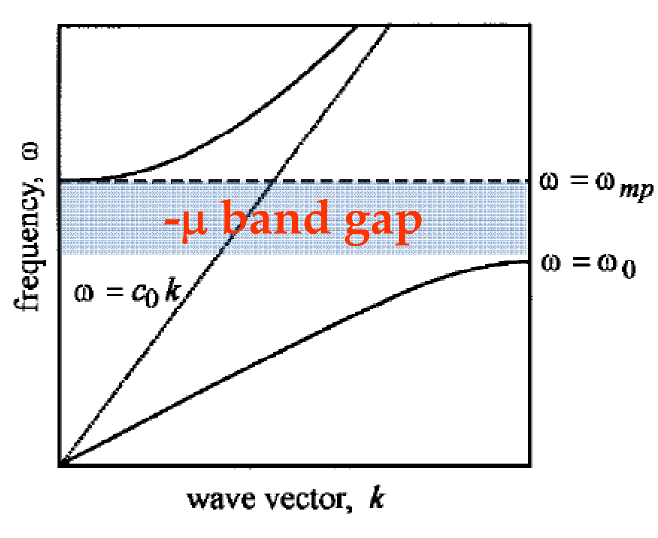
$$\boxed{\mu = 1 - \frac{f\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\Gamma\omega}}$$

"magnetic" Lonretz model

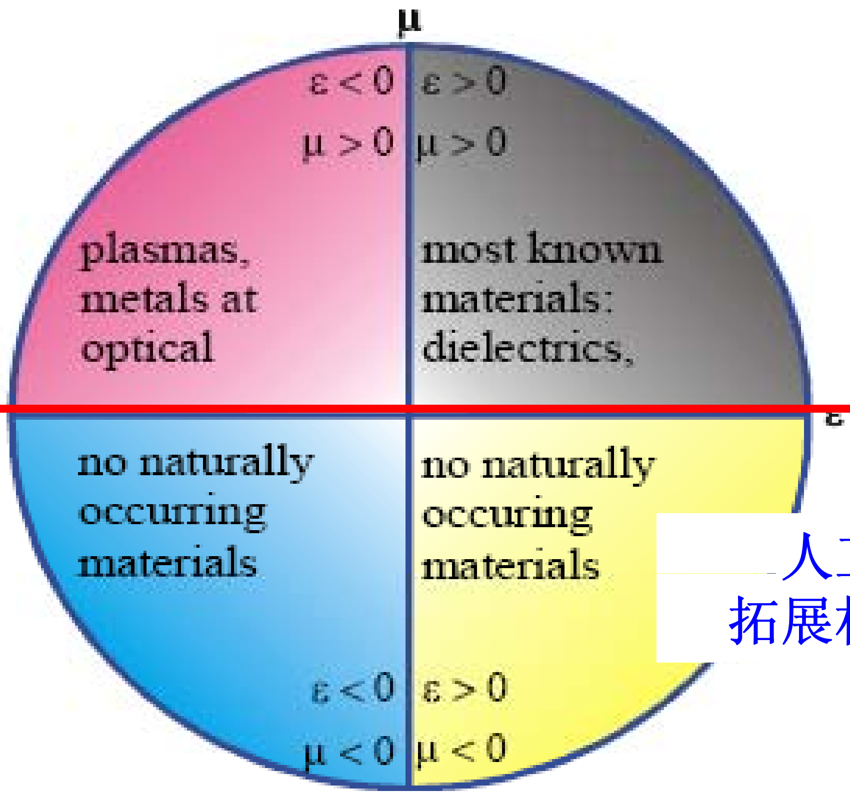
有效介质近似

Negative μ





根据ε和μ进行材料分类



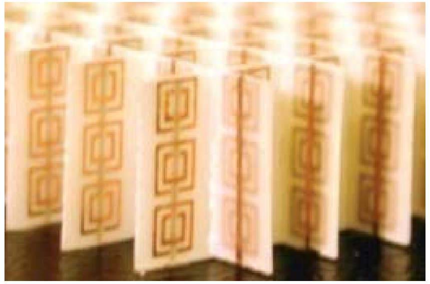
人工磁响应对
拓展材料至关重要

Dr. Tao Li taoli@nju.edu.cn

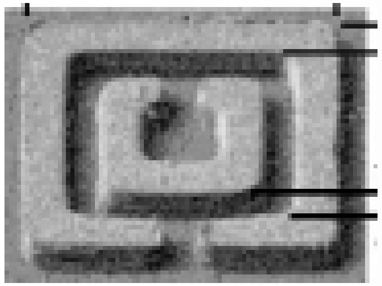
几种SRR的演变形式

绿光波段

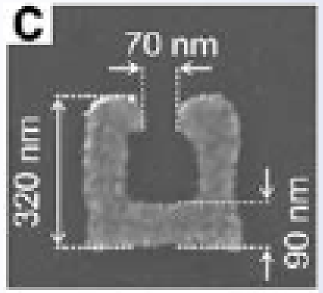
GHz



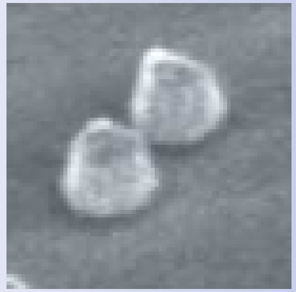
THz



100THz



600THz



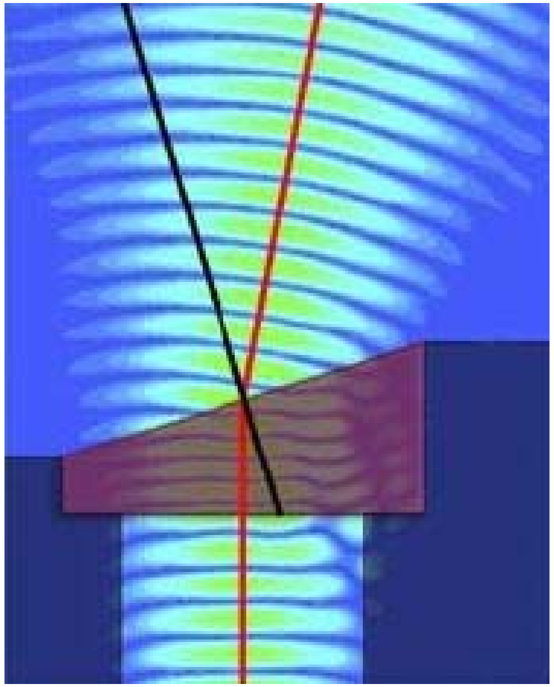
简化结构以实现高频响应

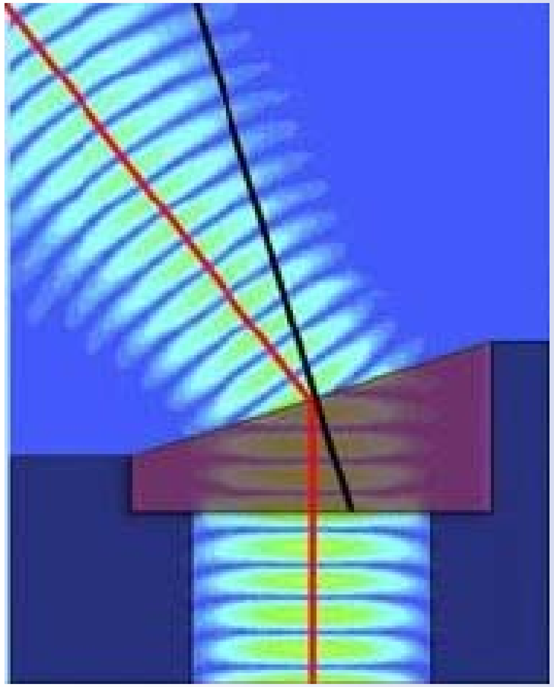
局域磁等离激元共振

负折射效应

$$n = \sqrt{\varepsilon} \cdot \sqrt{\mu}$$

$$\varepsilon < 0,\ \mu < 0 \Rightarrow n < 0$$





Dr. Tao Li taoli@nju.edu.cn

下一讲

Plasmonics
物理效应和相关应用